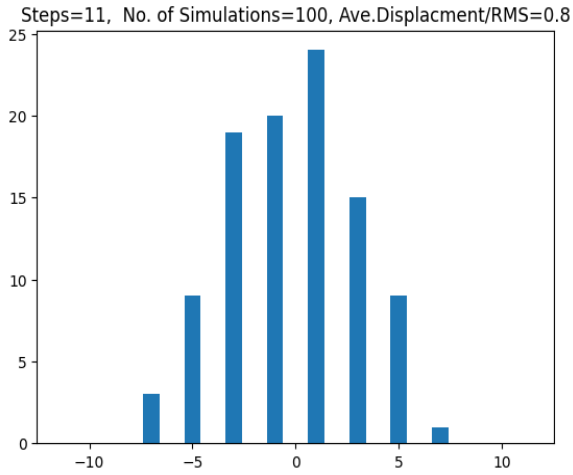
باسمه تعالی

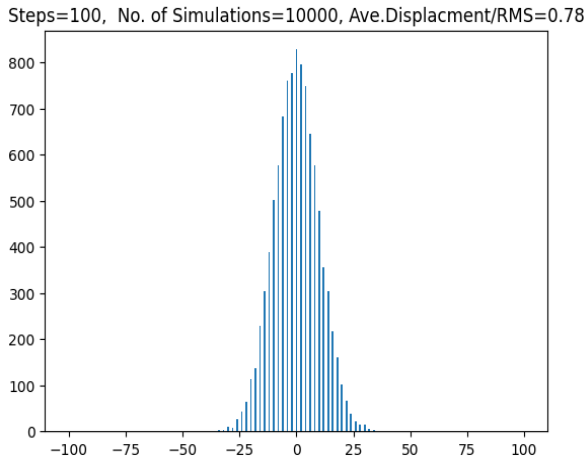
تمرین سری یکم درس بیوفیزیک

مهلت تحویل: ۲۱/فروردین/۱۴۰۳

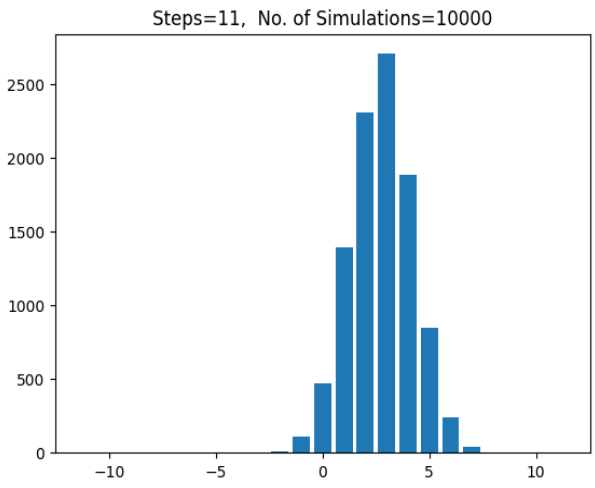
نکته: *در هنگام تحویل و بارگذاری تمرین‌ها، گزارش کار را نیز که شامل توضیحات ضروری برای هر تمرین (مانند توزیع انتخابی شما در سؤال ۲ و سؤال ویژه، نحوهٔ محاسبهٔ بعضی از کمیت‌ها و راه‌برد شما در نوشتن کد هر تمرین) هست، بارگذاری نمایید. در این تمرین‌ها قصد داریم تا حرکت براونی (Brownian motion) را در دو بُعد بررسی کنیم. تمرین‌ها و گزارش کلی کار را در سامانه کوئرا به نشانی https://quera.org/course/add_to_course/course/17305 و رمز 3101132 بارگذاری نمایید. تأکید می‌شود شمارهٔ دانش‌جویی خود را کامل و دقیق وارد کنید.*

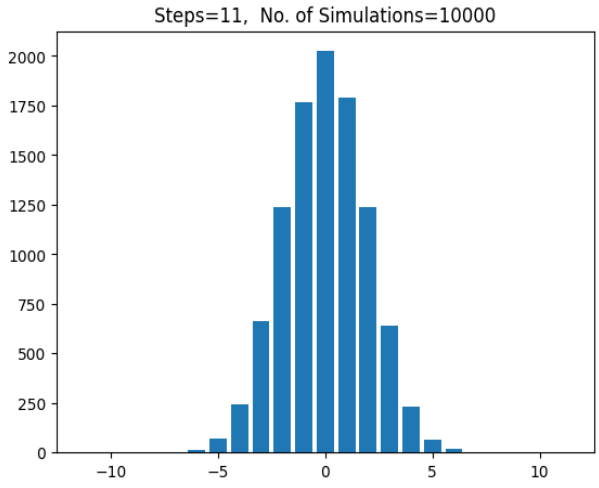
۱- **ول‌گشت یک‌بُعدی با گام ثابت:** برنامه‌ای بنویسید که دو متغیر n و m را که به‌ترتیب معرف تعداد گام‌های طی‌شده و تعداد دفعات تکرار آزمایش هستند، به عنوان ورودی دریافت و توزیع فراوانی نقطهٔ پایانی را به صورت نمودار میله‌ای رسم نماید. هم‌چنین نسبت جابه‌جایی میانگین به ریشهٔ میانگین مربعات (rms) را تا دو رقم اعشار گزارش کنید. طول گام‌ها را یکسان و برابر 1 بگیرید. برای راه‌نمایی، دو نمونه از نتیجهٔ نهایی در زیر قرار داده شده است.



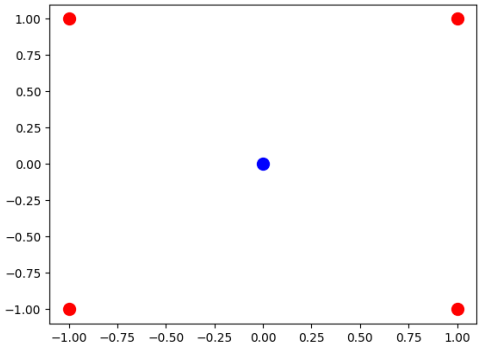


۲- **ول‌گشت یک‌بُعدی با گام متغیر:** برنامه، کاملاً مشابه حالت قبلی است جز این که طول هر گام براساس یک تابع توزیع که توسط شما انتخاب می‌شود، تعیین خواهد شد. دو نمونه از نتیجهٔ نهایی در زیر قرار داده شده است. در نمودار سمت راست، اندازهٔ گام به طور یک‌نواخت از بازهٔ $(-1,1)$ و در نمودار سمت چپ، اندازهٔ گام به طور یک‌نواخت از بازهٔ $(-0.5,1)$ (دارای سوق (drift) به سمت راست) انتخاب شده است.



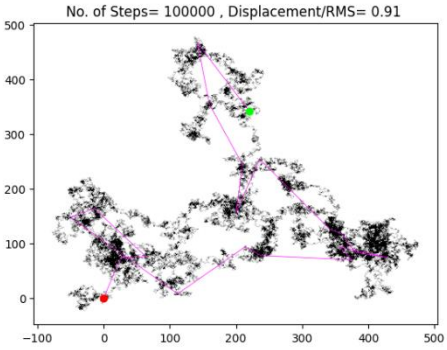


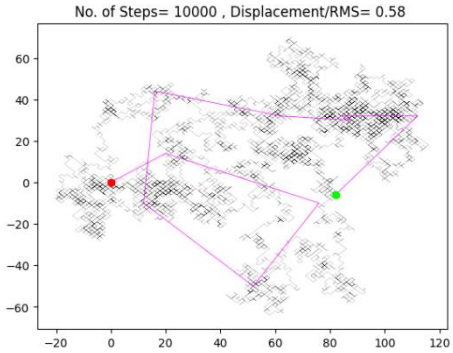
۳- **ول‌گشت دوبُعدی (مدل ساده):** برنامه‌ای بنویسید که دو متغیر n و m را بگیرد. متغیر n نشانگر تعداد گام‌ها و متغیر m نمایانگر اندازهٔ پرش‌هاست؛ در واقع، m مشخص‌کنندهٔ کوتاه‌ترین زمان (یا به عبارتی تعداد گام‌هایی) است که ما می‌توانیم حرکت ذرات را اندازه‌گیری کنیم.

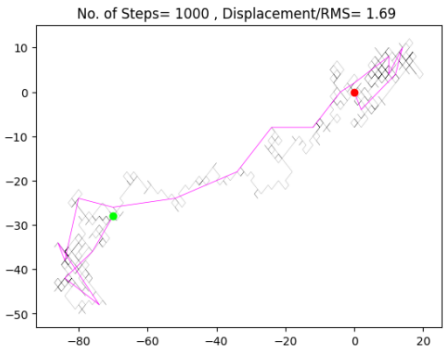


مسیر ول‌گشت با گام کوتاه را با رعایت قواعد زیر رسم نمایید: نقطهٔ شروع را $(0,0)$ بگیرید و آن را با دیسکی قرمز رنگ مشخص نمایید. در هر مرحله، با شروع از نقطهٔ کنونی، با احتمالی برابر به یکی از چهار نقطهٔ روی قطر (مطابق شکل روبه‌رو، یکی از ۴ نقطهٔ قرمز) حرکت کنید. نقطهٔ پایانی را با دیسکی سبز رنگ نشان دهید. طول گام‌ها طبیعتاً یکسان و برابر $\sqrt{2}$ است.

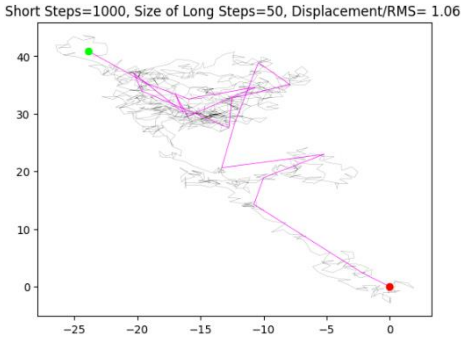
حال به سراغ رسم مسیر برای پرش‌های بلند می‌رویم. این کار، با این فرض صورت می‌پذیرد که گویی ما هر m گام را به صورت یک گام بلند (پرش) می‌بینیم. برای رسم مسیر پرش‌ها، نقطهٔ اول را به نقطهٔ m، سپس نقطهٔ m را به نقطهٔ $2m$ و ... وصل کنید. آخرین نقطه را (حتی در صورتی که پرش بعدی شما را به نقطهٔ آخر نرساند)، مستقیم به نقطهٔ پایانی متصل نمایید. مسیر را بر روی نمودار قبلی و با رنگی متمایز نمایش دهید. در پایان، نسبت جابه‌جایی به ریشهٔ میانگین مربعات (rms) ول‌گشت دوبُعدی را تا دو رقم اعشار گزارش کنید. سه نمونه از نتیجهٔ نهایی در زیر قرار داده شده است. شدت رنگ بعضی از یال‌ها در نمودارهای سمت راست و وسط، نشان‌دهندهٔ عبور چندباره از روی آن یال‌ها است.







۴- **ول‌گشت دوبُعدی با زاویهٔ تصادفی:** همه چیز مشابه تمرین قبلی است به جز این که در مسیر گام کوتاه، همهٔ نقاطی که بر روی یک دایره با فاصلهٔ 1 از نقطهٔ قبلی هستند، احتمال یکسانی برای انتخاب‌شدن دارند. برای راهنمایی، یک نمونه از نتیجهٔ نهایی را در شکل روبه‌رو می‌بینید. کم‌رنگی خطوط نشان می‌دهد که احتمال عبور تکراری از یک مسیر، تقریباً صفر است.



*- **(امتیاز ویژه) ول‌گشت دوبُعدی با طول گام تصادفی:** این تمرین کاملاً مشابه تمرین چهار است، جز این که اندازهٔ گام را متغیر می‌گیریم. تابع توزیعی برای طول هر گام درنظر بگیرید و طول گام را از این تابع توزیع انتخاب کنید. توجه داشته باشید در صورتی که تابع توزیع انتخاب‌شده به تابع توزیع طول گام حرکت ذرات (در یک سیال) نزدیک‌تر باشد امتیاز بیش‌تری دریافت خواهید کرد.

موفق باشید. شجاعی