

به نام خدا

۱ دستگاه نالخت ۱/۵ نمره

الف) سفینه ای با شتاب $\vec{a} = g\hat{j}$ نسبت به دستگاه لخت در حال حرکت است. دستگاه لخت را با (t, f) و دستگاه سفینه را با (t', f') نشان می دهیم. در لحظه ای که سرعت سفینه نسبت به دستگاه لخت صفر است فضانوردی که درون سفینه است جسمی را با سرعت $V_0\hat{i}'$ پرتاب می کند. از نظر فضانورد جسم پس از طی مسافت افقی L به کف سفینه برخورد کند می کند. ارتفاع اولیه آن از کف چقدر بوده است؟

ب) نمودار مسیر حرکت جسم را از نظر ناظر لخت و ناظر نالخت رسم کنید.

۲ شتاب کوریولیس ۲ نمره

الف) از آسانسور ساکنی در برج میلاد، ریگی را می شود. عبارتی به دست آورید که میزان انحراف ریگ را بر اثر نیروی کوریولیس وقتی به پای برج می رسد بدهد. از مقاومت هوا صرف نظر کنید.

ب) اگر ارتفاع آسانسور در لحظه رها شدن ریگ ۳۰۰ متر باشد میزان این انحراف چقدر و در چه جهتی است؟ مختصات تهران ۵۱ درجه شرقی و ۳۶ درجه شمالی است.

۳ پایداری مداری ۱ نمره

سرط پایداری یک حرکت دایره ای تحت اثر نیروی $f(r) = \frac{c}{r^2} + \frac{b}{r^4}$ را تعیین کنید.

۴ معادله مدار ۱/۵ نمره

ذره ای در یک میدان مرکزی مدار $r = r_0 \exp(\alpha\theta)$ را می بینیم. α مقداری ثابت و $r_0 = r(t=0)$ است. نیرو را به صورت تابعی از زاویه θ و سپس به صورت تابعی از زمان t به دست آورید.

موفق باشید.

$$\frac{d^2u}{d\theta^2} + u = -f(u^{-1})/ml^2u^2, \quad l = r^2\dot{\theta}, \quad \vec{a}_{cor} = -2\vec{\omega} \times \vec{r}, \quad \cos(51^\circ) = 0.6, \quad \cos(36^\circ) = 0.8$$