



داستان‌های مریم کبوترخانه

● محرم ایردموسی

در مسئله به جای ۶ می‌گفت ۵، مسئله دیگر درست نبود، چون بین ۵ عدد ۲، ۴، ۶، ۸، و ۱۰ هیچ دو عددی مجموعشان اول نمی‌شود. پس عدد ۶ مهم است.»

رویا گفت: «۱ و ۲ جمعشان می‌شود ۳ که اول است. ۳ و ۴ هم جمعشان می‌شود ۷ که اول است. ۵ و ۶ هم جمعشان اول است. پس از هر کدام از این سه دسته دوتایی حداکثر یک عدد باید جزو شش عدد باشد.»

توضیحات رویا درست بود و من هم توانستم آن را کامل کنم: «درسته رویا، ۷ و ۱۰ جمعشان می‌شود ۱۷، ۸ و ۹ هم جمعشان می‌شود ۱۷ که اول است. پس ۱ تا ۱۰ را به پنج دسته دوتایی تقسیم کردیم. حالا اگر بخواهیم از این پنج دسته، شش عدد برداریم، ناچاریم از یک دسته‌ای هر دو عدد را برداریم که در این صورت مجموعشان اول خواهد بود.»

رویا برگه پاسخ‌نامه را پر کرد و رویه‌روی دوربین دستگاه گرفت. دستگاه خط همه بچه‌ها را تشخیص می‌داد. با اسکن راه‌حل مشترک رویا و من، چراغ سبز دستگاه روشن و یک لیمونا خنک در قسمت تحویل خوراکی نمایان شد. رویا لیمونا را برداشت و به من گفت: «حالا نوبت توست مریم.»

کد ۴ را زدم. یک بطری آب خنک می‌خواستم تا خودم را آماده کنم برای پرداخت جریمه. دستگاه سروصدایی کرد و برگه ناقابل را دودستی تقدیم من کرد: «بین هر هفت عدد طبیعی، دو عدد وجود دارد که مجموع یا تفاضلشان مضرب ۱۰ است.»

راهنمایی پشت برگه را هم دیدم. دستگاه حسابی یاد کفترهایش افتاده بود و ول کن نبود. به رویا گفتم: «گمونم باز باید از فن لانه و کبوتر استفاده کنیم.»

رویا گفت: «تفاضل دو عدد زمانی مضرب ۱۰ می‌شود که رقم یکان آن‌ها مساوی باشد. پس اگر بین هفت عدد، دوتاشان رقم یکان یکسانی داشتند، مسئله حل شده است.»

رویا با این توضیحش گام اول را برداشت. حالا ما هفت عدد داشتیم که رقم یکان متفاوتی داشتند. گفتم: «بیا دوباره دسته‌بندی کنیم. اگر رقم یکان دو عدد ۱ و ۹ باشد، جمعشان مضرب ۱۰ می‌شود. پس ۱ و ۹ را

حتماً با جناب «دستگاه» آشنا شدید و خواندید که چطور محبوب دل‌های ناآرام است! به‌خصوص اگر صبح دیر از خواب بلند شوی، صبحانه دلنشین خانه را نخوری و دیر هم به مدرسه برسی.

خوش‌بختانه به مدد هم‌گروهی خوش‌فکر، رویا، زنگ تفریح قبل، دل‌ها آرام گرفتند. اما جریمه تأخیر من سرجایش بود و اگر آن را نمی‌پرداختم، با جریمه سنگین‌تری که محرومیت از خرید از دستگاه بود، رویه‌رو می‌شدم.

با رویا قرار گذاشته بودیم که زنگ تفریح دوم، رویه‌روی دستگاه یکدیگر را ببینیم. وقتی رسیدیم رویا داشت طبق معمول یک لیمونا سفارش می‌داد. دستگاه بعد از دندان‌قروچه کردن و سر خاراندن (این اصطلاحی بود که ما روی سروصداها داخلی دستگاه گذاشته بودیم) برگه (فاکتور) جریمه را داد بیرون. روی برگه حل این مسئله به‌عنوان مبلغ آن درج شده بود:

«شش عدد از میان عددهای طبیعی ۱ تا ۱۰ به تصادف برداشته‌ایم. نشان دهید دو عدد در میان این شش عدد وجود دارد که مجموعشان عددی اول است.»

بعضی وقت‌ها دستگاه پشت برگه صورت‌حساب (فاکتور) شکل‌هایی می‌کشید که حکم راهنمایی را داشت. پشت برگه رویا عکسی بود از شش کبوتر که داخل پنج تا لانه نشسته بودند.

رویا گفت: «این جناب دستگاه هم مثل اینکه کفتر باز در آمد. ببین عوض راهنمایی چی کشیده!»

خندیدم و گفتم: «شاید، شاید هم می‌خواهد ما را راهنمایی کند!» رویا دوباره نگاهی به کبوترها کرد. دو کبوتر در یک لانه بودند. گفتم: «بین ما دنبال دو عدد هستیم که جمعشان عددی اول باشد؛ مثل ۳ و ۴ که جمعشان می‌شود ۷. توی این شکل هم دوتا از این ۶ کبوتر هم‌خانه هستند.»

رویا گفت: «عجب شباهتی پیدا کردی‌ها. لابد می‌خواهی بگویی این ۶ عدد همان کبوترها هستند و لانه‌ها هم ...!»

کم‌کم راهنمایی دستگاه داشت واضح و واضح‌تر می‌شد. گفتم: «اگر

بگذاریم در یک دسته»

رویا ادامه داد: «۲ و ۸ را هم توی یک دسته بگذاریم. ۳ و ۷ و همین‌طور ۴ و ۶ را هم با هم بگیریم. ۵ و ۵ می‌ماند»

گفتم: «۵ را هم در یک دسته و صفر را هم در یک دسته قرار می‌دهیم:

$$A_1 = \{1, 9\}, A_2 = \{2, 8\}, A_3 = \{3, 7\}, A_4 = \{4, 6\}, A_5 = \{5\}, A_6 = \{0\}$$

این طوری شش دسته داریم و ۷ کیبوتر!»

دیگر کیبوتر و عدد داشت قاطی می‌شد. همین‌طور که من داشتیم توضیح می‌دادم، رویا هم می‌نوشت. بعد راه‌حل را جلوی دوربین دستگاه گرفت و چند لحظه بعد بطری آب خنک در دستان من بود. حسابی خودمان را گرم کرده بودیم تا برویم سراغ جریمه من که کد ۱ بود. یعنی مسئله ساده‌ای نبود که بشود با فن‌هایی مثل لانه و کیبوتر آن را حل کرد! کد روی برگه جریمه را وارد دستگاه کردم و دستگاه چرتکه‌های انداخت و برگه جریمه را در بشقاب تقدیم کرد؛ انگار که در رستوران گران‌قیمتی یک شام حسابی خورده باشی و پیش خدمت در نهایت احترام صورت‌حساب را تقدیم کند! بالاخره جریمه‌ای بود که باید پرداخت می‌شد و من هم دلم گرم بود به گروه دونفره‌ای که هم‌قسم شده بودیم تا ته خط برویم! مبلغ برگه این بود: «از میان عددهای طبیعی یک تا صد، ۵۱ عدد به تصادف انتخاب شده‌اند. نشان دهید در میان این ۵۱ عدد، دو عدد a و b هستند به طوری که a مضرب b است.»

پشت برگه را نگاهی انداختم. خبری از راهنمایی‌های تصویری دستگاه نبود. رویا برگه را خواند و گفت: «شبهه همین مسئله‌هایی است که حل کردیم. شاید با همان روش کیبوتر و لانه حل شود!»

من هم داشتم به همین فکر می‌کردم. حدسی درباره این دستگاه از گذشته ذهنم را مشغول کرده بود. تنظیمات این دستگاه چگونه انجام می‌شد؟ شاید مسئله‌ها و برگه‌های هر روز این دستگاه به نحوی با هم مرتبط هستند. رویا به شوخی گفت: «اینجا کیبوترها زیاد هستند. به یک کیبوترخانه مانند کیبوترخانه‌های میدا احتیاج داریم.»

هر دو می‌دانستیم a مضرب b است یعنی چه. یعنی a بر b بخش پذیر است. یا دقیق‌تر اینکه a برابر است با چند برابر b ؛ یعنی $a = kb$ که در آن k خود عددی صحیح است (خارج قسمت تقسیم a بر b). اما عجیب بودن مسئله در این بود که می‌گفت این ۵۱ عدد هر چه باشند، همیشه این دو عدد خاص بین آن‌ها وجود دارند! رویا گفت: «مریم به نظرت اگر در صورت مسئله به جای ۵۱ می‌گفت ۵۰، مسئله باز هم درست بود؟»

کمی فکر کردم و گفتم: «حدس می‌زنم دیگر درست نباشد. ۵۱ از نصف ۱۰۰، یکی بیشتر است، شاید به این ربط دارد.»

رویا دوباره بدون حرکت شد و معلوم بود که به دنبال مثال می‌گردد. گفت: «اگر ۵۰ عدد پیدا کنیم که بین آن‌ها هیچ‌کدام مضرب دیگری نباشد معلوم می‌شود که عدد ۵۱ مهم است.»

درست می‌گفت: باید کمی روی این سؤال فرعی فکر می‌کردیم. لابد می‌پرسید چرا باید مسئله اصلی را رها کنیم و به یک سؤال دیگر که مربوط به مسئله اصلی است، فکر کنیم. من و رویا همیشه این کار را می‌کنیم و اغلب اوقات هم از دل این سؤال‌های کوچک‌تر، ایده حل مسئله را می‌یابیم. رویا گفت: «فهمیدم. پنجاه عدد را بگیریم ۵۱ تا ۱۰۰. بین این ۵۰ عدد، هیچ‌کدام مضرب دیگری نیست.»

گفتم: «آفرین رویا. پس ۵۱ مهم است. اما حالا یک سؤال دیگر پیش می‌آید.»

رویا گفت: «جانم، بپرس.»

گفتم: «به نظرت اگر به جای ۱۰۰ عدد می‌گفت ۱۰ عدد و به جای ۵۱ می‌گفت ۶ عدد، باز هم مسئله درست بود؟»

سؤال من مهم بود، چون اگر مسئله با عددهای کوچک‌تر هم درست بود، ما می‌توانستیم ابتدا روی مسئله‌های ساده‌تر فکر کنیم. رویا گفت: «فکر کنم عدد ۱۰۰ مهم نیست و اگر به جای ۱۰۰ و ۵۱ دو عدد ۱۰ و ۶ را هم

بگذاریم، باز مسئله درست است. ببین! اینجا هم اگر پنج عدد ۶ تا ۱۰ را برداریم، باز هم هیچ‌کدام مضرب آن یکی نیست.»

قدم بعدی مشخص شد. باید روی این مسئله فکر می‌کردیم.

«از میان عددهای طبیعی یک تا ده، شش عدد به تصادف انتخاب شده‌اند. نشان دهید در میان این شش عدد، دو عدد a و b هستند به طوری که a مضرب b است.»

معلوم بود که اگر ۱ جزو شش عدد انتخابی باشد، مسئله حل می‌شود؛ چون همه عددهای طبیعی مضرب ۱ هستند. رویا گفت: «بیا مثل دو تا معما قبلی عددها را دسته‌بندی کنیم؛ جوری که عددهای مشکل‌دار در یک دسته باشند. مثلاً ۱، ۲، ۴، ۸ در یک دسته بگذاریم. این طوری معلوم می‌شود که حداکثر یکی از این‌ها باید جزو شش عدد باشد.»

دسته‌بندی پیشنهادی رویا را به این صورت نوشتیم:

$$A_1 = \{1, 2, 4, 8\}, A_2 = \{3, 6\}, A_3 = \{5, 10\}, A_4 = \{7\}, A_5 = \{9\}$$

با این دسته‌بندی مسئله حل می‌شد. رویا گفت: «درست است، پنج دسته داریم، اما ۶ تا عدد می‌خواهیم. پس به اجبار از یک دسته دو عدد مجبوریم برداریم. از بین این دو عدد حتماً یکی مضرب آن یکی است و این دو همان دو عددی هستند که مسئله گفته است.»

مسئله را حل کرده بودیم، اما آیا می‌توانستیم برای مسئله اصلی هم همین کار را تکرار کنیم؟ رویا داشت به دسته‌های A_1 تا A_5 نگاه می‌کرد. انگار که خاصیتی در این پنج مجموعه می‌دید. گفت: «چیز جالبی در این پنج مجموعه وجود دارد. عددهای ۶ تا ۱۰ هر کدام داخل یکی از این مجموعه‌هاست.»

درست می‌گفت. شاید همین نکته ما را به جواب می‌رساند. گفتم: «بیا روی ۱ تا ۲۰ همین نکته را بررسی کنیم. یعنی می‌خواهیم مسئله را برای ۱۱ عدد که از مجموعه ۱ تا ۲۰ تصادفی انتخاب شده‌اند، ثابت کنیم.»

رویا گفت: «پس ۱۰ دسته در نظر می‌گیریم که هر کدام شامل یکی از عددهای ۱ تا ۲۰ است و ۱ تا ۱۰ را هم در همین دسته‌ها پخش می‌کنیم، به طوری که هر دو عدد را از یک دسته برداریم، عدد بزرگ‌تر مضرب عدد کوچک‌تر باشد.»

$$A_1 = \{11, \dots\}, A_2 = \{12, \dots\}, \dots, A_{10} = \{20, \dots\}$$

گفتم: «می‌توانیم ۱۰ و ۵ را بگذاریم در A_{10} ، چون ۲۰ مضرب ۱۰ است و ۱۰ مضرب ۵.»

رویا گفت: «۹ را هم در A_9 می‌گذاریم که شامل ۱۸ است. ۴، ۲، ۱ و ۸ را هم در A_8 می‌گذاریم که شامل ۱۶ است.

بقیه دسته‌ها را هم تکمیل کردیم:

$$A_1 = \{11\}, A_2 = \{12, 6, 3\}, A_3 = \{13\}, A_4 = \{14, 7\}, A_5 = \{15\}, A_6 = \{16, 8, 4, 2, 1\}, A_7 = \{17\}, A_8 = \{18, 9\}, A_9 = \{19\}, A_{10} = \{20, 10, 5\}$$

با این دسته‌بندی راه‌حل مسئله برای حالت ۱ تا ۲۰ مشخص می‌شد. یازده عدد از ده دسته. پس حداقل از یک دسته دو عدد برداشتیم. از میان دو عددی که از یک دسته برداشتیم، حتماً عدد بزرگ‌تر مضرب عدد دیگر است.

زنگ به صدا درآمد. تا زنگ تفریح سوم فرصت داشتیم مسئله اصلی را هم با روش مشابه حل کنیم. از رویا خداحافظی کردم و به سمت کلاس به راه افتادم. امروز روزی مان یک فن بود که اسمش را گذاشتیم: «لانه و کیبوتر». اما این فن و راهنمایی تصویری دستگاه، آن سؤال قدیمی را در من زنده کرده بود: چه کسی دستگاه مدرسه را به اصطلاح با این مسئله‌ها پر می‌کند؟ آیا مسئله‌های هر روز همه به یک موضوع مربوط هستند؟ خدا عالم است، اما جوینده هم یابنده است.