

# مثلث کرجی

محرم ایردموسی



▲ تصویر ۱. ابوبکر کرجی

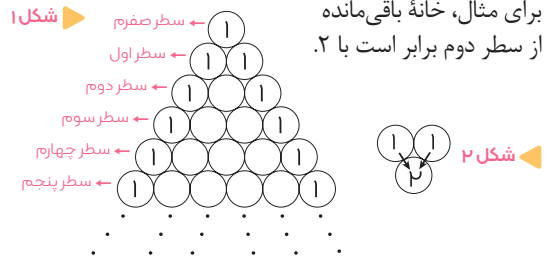
اما شاید جالب باشد به تاریخ‌ها و ریاضی‌دانانی اشاره کنیم که به نحوی با این مثلث جادویی (شکل ۳) که ما آن را «مثلث کرجی» می‌نامیم، در ارتباط بوده‌اند.



▲ شکل ۳. برشی از آثار کرجی

یک: در شکل ۱، آرایه‌ای مثلث شکل می‌بینید که در هر خانه روی دو ضلع آن عدد ۱ نوشته شده است. با این قاعده خانه‌های باقی‌مانده پر می‌شوند: «در هر خانه مجموع عددهای دو خانه بالاسری آن را بنویسید.»

برای مثال، خانه باقی‌مانده از سطر دوم برابر است با ۲.



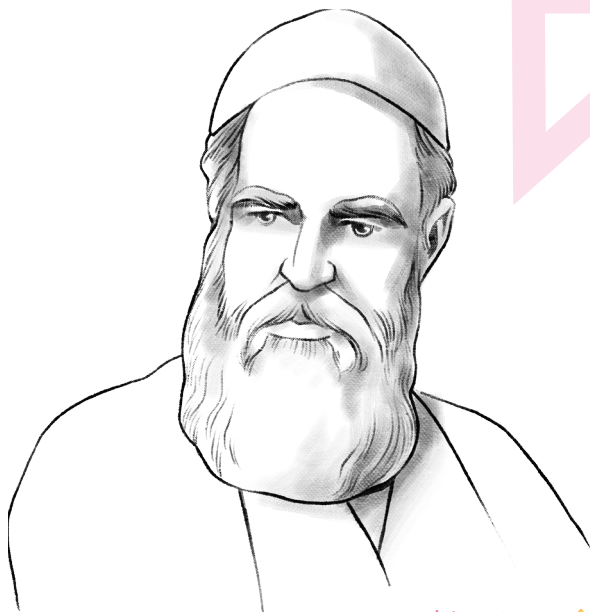
دو: خانه‌های باقی‌مانده از سطرهای سوم تا ششم را کامل کنید. سه: مجموع عددهای سطر صفرم برابر است با ۱. مجموع عددهای سطر اول برابر است با:  $1+1=2$  و مجموع عددهای سطر دوم برابر است با:  $1+2+1=4=2^2$ . حدس می‌زنید مجموع عددهای سطر سوم چقدر باشد؟ با محاسبه، درستی حدس خود را بررسی کنید.

چهار: حدس می‌زنید اگر عددهای سطر  $n$ ام را با هم جمع کنید، چه عددی به دست می‌آید؟ با محاسبه مجموع عددها در سطرهای چهارم و پنجم، درستی حدس خود را بررسی کنید. پنج: به ضرب‌های جمله‌ها در چند برابری زیر توجه کنید:

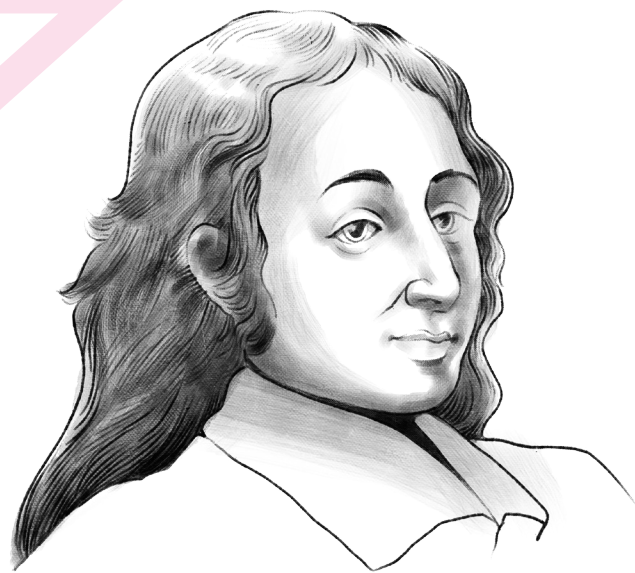
$$1) (a + b)^1 = a + b$$

$$2) (a + b)^2 = (a + b)(a + b) = a \times a + a \times b + b \times a + b \times b = a^2 + 2ab + b^2$$

در سمت راست تساوی ۱، ضرب‌ها ۱ و ۱ هستند که در سطر اول مثلث بالا ظاهر شده‌اند. در تساوی دوم، ضرب‌ها ۱، ۲ و ۱ هستند که در سطر دوم مثلث بالا ظاهر شده‌اند. با محاسبه  $(a + b)^2$  به کمک ضرب  $(a + b) \times (a + b)$ ، ضرب‌های جمله‌ها را به دست آورید و با عددهای سطر سوم مقایسه کنید. شش: این مثلث، یکی از معروف‌ترین آرایه‌های عددی در ریاضیات و به‌ویژه در شاخه جبر است. از نظر تاریخی معمولاً یک سؤال مهم این است که یک کشف ریاضی در چه برهه‌ای از تاریخ و توسط کدام ریاضی‌دان انجام شده است. مثلث جادویی فوق که در منابع ریاضی عموماً به مثلث پاسکال یا مثلث خیام-پاسکال شهرت یافته، در حقیقت اولین بار توسط ابوبکر محمدبن حسن کرجی (تصویر ۱)، ریاضی‌دان ایرانی قرن‌های دهم و یازدهم میلادی، ابداع شده است. کرجی علاوه بر ریاضیات، از جمله اولین مهندسان صنعت آب (هیدرولوژی) به شمار می‌رود.



▲ تصویر ۳. عمر خیام



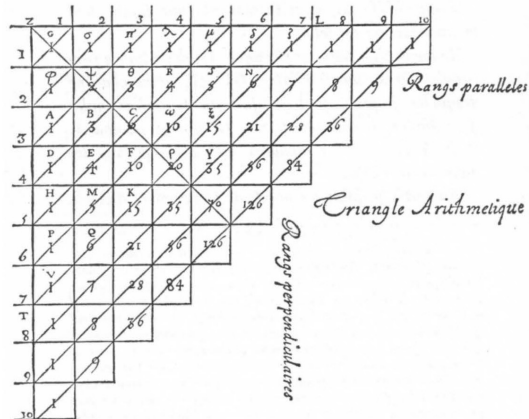
▲ تصویر ۲. بلز پاسکال

خواجه نصیرالدین طوسی (تصویر ۴) از دانشمندان معروف قرن سیزدهم، با تأسی از آثار خیام، ضریب‌های دو جمله را تا توان ۱۲ محاسبه کرده بود (در واقع ۱۲ سطر اول مثلث کرجی).

هفت: بلز پاسکال (تصویر ۲)، ریاضی‌دان فرانسوی قرن هفدهم میلادی، در سال ۱۶۵۴ در یکی از آثارش (شکل ۴) به این مثلث پرداخته است. و البته افتخار این کشف ریاضی را به نمایندگی از ریاضی‌دانان بسیاری قبل از خود، یدک می‌کشد.



▲ تصویر ۴. خواجه نصیرالدین طوسی



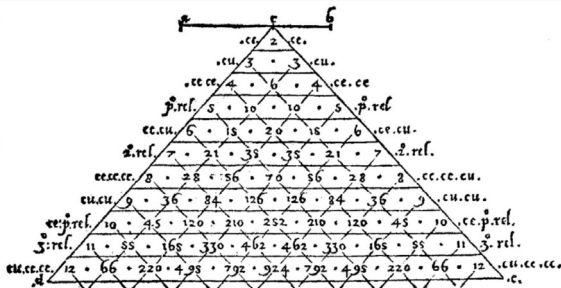
▲ شکل ۴. برشی از آثار پاسکال

هشت: غیاث‌الدین ابوالفتح عمر بن ابراهیم خیام نیشابوری، معروف به عمر خیام (تصویر ۳)، شاعر و ریاضی‌دان قرن یازدهم و دوازدهم میلادی، در کتاب «مشکلات الحساب» خود به معرفی ضریب‌های دو جمله‌ای  $(a + b)^n$  پرداخته و این عددها را معرفی کرده است.

یازده: نیکولوفونتانو تارتاگلیا (تصویر ۵)، از ریاضی دانان ایتالیایی قرن پانزدهم و شانزدهم نیز در زمینه مثلث کرجی از خود آثاری به جای گذاشته است (شکل ۷).



تصویر ۵. تارتاگلیا



شکل ۷. مثلث کرجی به روایت تارتاگلیا

دوازده: جرومینو کاردانو از دیگر ریاضی دانان ایتالیایی قرن شانزدهم است که به راه‌های این مثلث پی برده بود و در آثارش، نمونه‌ای از عددهای این مثلث به چشم می‌خورد (شکل ۸).

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	
3	6	10	15	21	28	36	45	55		
4	10	20	35	56	84	120	165			
5	15	35	70	126	210	330				
6	21	56	126	252	462					
7	28	84	210	462						
8	36	120	330							
9	45	165								
10	55									
11										

شکل ۸. برشی از آثار کاردانو

سیزده: سخن پایانی

ریاضی دانان بسیاری در طول تاریخ به بسط و توسعه دانش ریاضی پرداخته‌اند. گاهی همانند داستان مثلث کرجی، این تلاش‌ها و کشف‌ها مستقل از هم انجام می‌شده‌اند. امروزه به مدد پیشرفت علوم و آسان‌تر شدن ارتباطات بین فرهنگ‌ها، هر کشف علمی جدید، به‌ویژه در علوم پایه مانند ریاضیات، در اختیار همگان قرار می‌گیرد.

نه: احمد بن منعم الابداری، از ریاضی دانان مغربی قرن سیزدهم نیز در آثار خود به این مثلث اشاره کرده است. این منعم از جمله ریاضی دانانی است که به واسطه آثارش درباره مربع‌های جادویی نیز معروف است (شکل ۵).

و هكذا الخطبة المتناهي الجبرول		در جامع الجبر اول	
1	1	1	1
10	9	8	7
36	35	34	33
85	84	83	82
156	155	154	153
252	251	250	249
378	377	376	375
528	527	526	525
700	699	698	697
900	899	898	897
1128	1127	1126	1125
1380	1379	1378	1377
1660	1659	1658	1657
1968	1967	1966	1965
2304	2303	2302	2301
2668	2667	2666	2665
3060	3059	3058	3057
3480	3479	3478	3477
3928	3927	3926	3925
4404	4403	4402	4401
4908	4907	4906	4905
5440	5439	5438	5437
6000	5999	5998	5997
6588	6587	6586	6585
7204	7203	7202	7201
7848	7847	7846	7845
8520	8519	8518	8517
9220	9219	9218	9217
9948	9947	9946	9945
10704	10703	10702	10701
11488	11487	11486	11485
12300	12299	12298	12297
13140	13139	13138	13137
14008	14007	14006	14005
14904	14903	14902	14901
15828	15827	15826	15825
16780	16779	16778	16777
17760	17759	17758	17757
18768	18767	18766	18765
19804	19803	19802	19801
20868	20867	20866	20865
21960	21959	21958	21957
23080	23079	23078	23077
24228	24227	24226	24225
25404	25403	25402	25401
26608	26607	26606	26605
27840	27839	27838	27837
29100	29099	29098	29097
30388	30387	30386	30385
31704	31703	31702	31701
33048	33047	33046	33045
34420	34419	34418	34417
35820	35819	35818	35817
37248	37247	37246	37245
38704	38703	38702	38701
40188	40187	40186	40185
41700	41699	41698	41697
43240	43239	43238	43237
44808	44807	44806	44805
46404	46403	46402	46401
48028	48027	48026	48025
49680	49679	49678	49677
51360	51359	51358	51357
53068	53067	53066	53065
54804	54803	54802	54801
56568	56567	56566	56565
58360	58359	58358	58357
60180	60179	60178	60177
62028	62027	62026	62025
63904	63903	63902	63901
65808	65807	65806	65805
67740	67739	67738	67737
69700	69699	69698	69697
71688	71687	71686	71685
73704	73703	73702	73701
75748	75747	75746	75745
77820	77819	77818	77817
79920	79919	79918	79917
82048	82047	82046	82045
84196	84195	84194	84193
86376	86375	86374	86373
88588	88587	88586	88585
90832	90831	90830	90829
93108	93107	93106	93105
95416	95415	95414	95413
97756	97755	97754	97753
100128	100127	100126	100125
102532	102531	102530	102529
104968	104967	104966	104965
107436	107435	107434	107433
110936	110935	110934	110933
113468	113467	113466	113465
116032	116031	116030	116029
118628	118627	118626	118625
121256	121255	121254	121253
123916	123915	123914	123913
126608	126607	126606	126605
129332	129331	129330	129329
132088	132087	132086	132085
134876	134875	134874	134873
137696	137695	137694	137693
140548	140547	140546	140545
143432	143431	143430	143429
146348	146347	146346	146345
149296	149295	149294	149293
152276	152275	152274	152273
155288	155287	155286	155285
158332	158331	158330	158329
161408	161407	161406	161405
164516	164515	164514	164513
167656	167655	167654	167653
170828	170827	170826	170825
174032	174031	174030	174029
177268	177267	177266	177265
180536	180535	180534	180533
183836	183835	183834	183833
187168	187167	187166	187165
190532	190531	190530	190529
193928	193927	193926	193925
197356	197355	197354	197353
200816	200815	200814	200813
204308	204307	204306	204305
207832	207831	207830	207829
211388	211387	211386	211385
214976	214975	214974	214973
218596	218595	218594	218593
222248	222247	222246	222245
225932	225931	225930	225929
229648	229647	229646	229645
233396	233395	233394	233393
237176	237175	237174	237173
240988	240987	240986	240985
244832	244831	244830	244829
248708	248707	248706	248705
252616	252615	252614	252613
256556	256555	256554	256553
260528	260527	260526	260525
264532	264531	264530	264529
268568	268567	268566	268565
272636	272635	272634	272633
276736	276735	276734	276733
280868	280867	280866	280865
285032	285031	285030	285029
289228	289227	289226	289225
293456	293455	293454	293453
297716	297715	297714	297713
302008	302007	302006	302005
306332	306331	306330	306329
310688	310687	310686	310685
315076	315075	315074	315073
319496	319495	319494	319493
323948	323947	323946	323945
328432	328431	328430	328429
332948	332947	332946	332945
337496	337495	337494	337493
342076	342075	342074	342073
346688	346687	346686	346685
351332	351331	351330	351329
356008	356007	356006	356005
360716	360715	360714	360713
365456	365455	365454	365453
370228	370227	370226	370225
375032	375031	375030	375029
379868	379867	379866	379865
384736	384735	384734	384733
389636	389635	389634	389633
394568	394567	394566	394565
399532	399531	399530	399529
404536	404535	404534	404533
409572	409571	409570	409569
414640	414639	414638	414637
419740	419739	419738	419737
424872	424871	424870	424869
430036	430035	430034	430033
435232	435231	435230	435229
440460	440459	440458	440457
445720	445719	445718	445717
451012	451011	451010	451009
456336	456335	456334	456333
461692	461691	461690	461689
467080	467079	467078	467077
472500	472499	472498	472497
477952	477951	477950	477949
483436	483435	483434	483433
488952	488951	488950	488949
494500	494499	494498	494497
500080	500079	500078	500077
505692	505691	505690	505689
511336	511335	511334	511333
517012	517011	517010	517009
522720	522719	522718	522717
528460	528459	528458	528457
534232	534231	534230	534229
540036	540035	540034	540033
545872	545871	545870	545869
551740	551739	551738	551737
557640	557639	557638	557637
563572	563571	563570	563569
569536	569535	569534	569533
575532	575531	575530	575529
581560	581559	581558	581557
587620	587619	587618	587617
593712	593711	593710	593709
599836	599835	599834	599833
605992	605991	605990	605989
612180	612179	612178	612177
618400	618399	618398	618397
624642	624641	624640	624639
630916	630915	630914	630913
637222	637221	637220	637219
643560	643559	643558	643557
649930	649929	649928	649927
656332	656331	656330	656329
66			