بسم الله الرحمن الرحیم

جلسه ۱۶ / ۸ / ۱۴۰۰

☆ Macroscopic Coordinates (quantities)

مشخصات های ماکروسکوپیک.

نقطه شروع علم ترمودینامیک توجه به این مشخصات است

از توصیف ماکروسکوپیک مواد و نقطه شروع هم مشخصات های ماکروسکوپیک)

$$\vec{T}, P, V, \quad \underset{\sim}{E}, \underset{\sim}{B}$$

- تعداد آنها کم است.
- مستقیماً به حواس ما بستگی دارند.
- فرض خاصی در خصوص نوع ماده ندارند.

☆ Microscopic Coordinates (quantities)

کمیت های میکروسکوپیک.

- فرض هایی از نوع ماده دارند.
- مستقیماً قابل اندازه گیری نیستند.
- تعداد آنها زیاد است.
- احتمال پیدا شدن یک مولکول در $(\vec{q}, \vec{p})$

☆ Kinetic theory

نظریه جنبشی

far from Equilibrium

$p(\vec{v})d\vec{v}$ = احتمال پیدا شدن یک ذره از سیستم که دارای سرعت $\vec{v}$, $\vec{v}+d\vec{v}$

برخوردی

Boltzmann Equation

Semi-classical.

$$\boxed{\frac{dP}{dt} = C[\underset{\sim}{P}]}$$

→ Transport

Diffusion

Brownian motion

☆ Statistical Mechanics

(جیمی درایر)

مکانیک آماری می‌خواهد به توصیف ماکروسکوپیک سیستم‌های بس-ذره‌ای بپردازد.
Many-Body

همان هدف ترمودینامیک هم هست.

نقطه شروع در مکانیک آماری متغیرهای میکروسکوپیک هستند نه ماکروسکوپیک

وجه تمایز اصلی با ترمودینامیک.

انتظار داریم نتایج پیش‌بینی شده از روش مکانیک آماری در حد ترمودینامیک $N \to \infty$, $V \to \infty$ همان رفتار پیش‌بینی شده توسط ترمودینامیک باشد.

(رفتار یک ذره درون سیستم مهم نیست. بلکه به جای آن احتمال پیدا شدن ذره (هر ذره) در $(\vec{q},\vec{p})$ حضور یابد

$$\xrightarrow{\text{احتمال}} \rho(\vec{q},\vec{p})\, d^{3N}q\, d^{3N}p =$$

احتمال اینکه سیستم در محدوده

$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{q}_{3N} \;,\; \vec{q}_{3N} + dq_{3N} \\ \vec{p}_{3N} \;,\; \vec{p}_{3N} + dp_{3N} \end{array} \right\}$$

مهم نیست که یک ذره خاص کجا باشد. (ذرات تمیزناپذیر هستند)

تمیزپذیر هستند → مکانیک آماری کلاسیک

تمیزناپذیر → 〃 〃 کوانتومی

احتمال اینکه سیستم در تراز حالت شکسته قرار بگیرد کم می‌شود.
سنگین

ترازی انرژی پایین باشد ← با احتمال بالا اشغال می‌شود

ادبیات مرسوم در مکانیک آماری است

Energy + Probability.

+ occupation Number

عدد اشغال ← در هر تراز انرژی به طور متوسط چه تعداد ذره وجود دارد

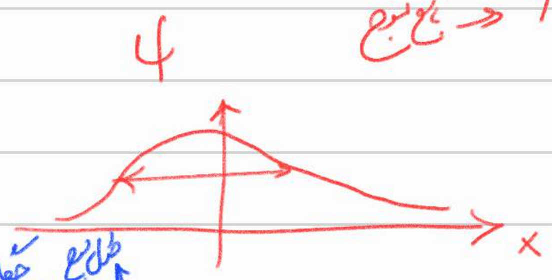
☆ Classical and Quantum Regimes

- $n = \frac{N}{V}$ Number Density of Particle
  چگالی تعداد ذرات تشکیل سیستم مورد مطالعه
- $\lambda_d \equiv \left(\frac{h^2}{2\pi m K_B T} \right)^{1/2}$ thermal wavelength / de Broglie wavelength
  طول موج گرمایی ذره تشکیل دهنده سیستم

تابع موج ← ψ

اگر بخواهیم برای ذرات

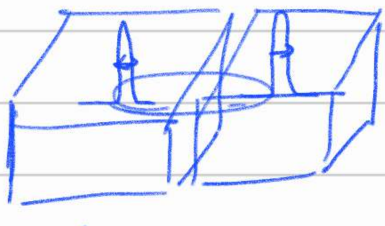
ψ



$|\psi|^2 \equiv$ احتمال پیدا شدن ذره در فضا

چگالی ذره کم ← n ، طول موج ← λ_d^3

$n \lambda_d^3 \ll 1 \longrightarrow$ رژیم کلاسیکی: همپوشانی تابع موج ذرات قابل چشم پوشی است.



$n \lambda_d^3 > 1 \longrightarrow$ رژیم کوانتومی.

☆ Relativistic and Non-Relativistic Regimes

انرژی کل یک ذره $\boxed{E^2 = m_0^2c^4 + \underset{\downarrow}{p^2c^2}} \rightarrow \boxed{v/c \ll 1} \rightarrow$ ✓

انرژی حرکتی

$m_0 = 0$ فوتون ←

همیشه نسبیتی

الکترون

$\underbrace{pc \gg m_0c^2}$

$\boxed{E \sim pc} \rightarrow$ ✓

(14.11)

Greiner Book

$pc > m_0c^2 \longrightarrow$ نسبیتی

$pc \lesssim m_0c^2$ — غیرنسبیتی

ذره آزاد $E_{Kin} = \frac{p^2}{2m_0}$

$pc \gg m_0c^2 \rightarrow$ فرانسبیتی

Ultra-Relativistic

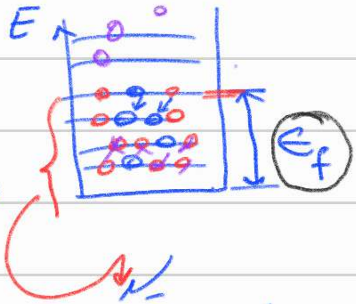
☆ Degenerate and Non-Degenerate

تبهگن — غیر تبهگن

ϵ_f : $n, P, T, V, \ldots$ آخرین ترازی که پر شده

انرژی

$\boxed{\epsilon_f = K_B T_f} \rightarrow$ دمای معادل تراز انرژی فرمی



پر

سیستم تبهگن

if $T \ll T_f \rightarrow$ Degenerate

$\uparrow$ دمای سیستم

$K_BT \ll K_BT_f$

$\epsilon \ll \epsilon_f$

$\uparrow$

if $T > T_f \longrightarrow \epsilon > \epsilon_f$ سیستم غیر تبهگن

اندازه حرکت $p_f = \left(\frac{3n}{8\pi}\right)^{1/3} h$

انرژی فرمی $\left\{\begin{array}{l} \epsilon_f = p_f c \\ T \ll T_f \end{array}\right\}$ ← نسبیتی / کوانتومی و تبهگن است } Relativistic Quantum Regime

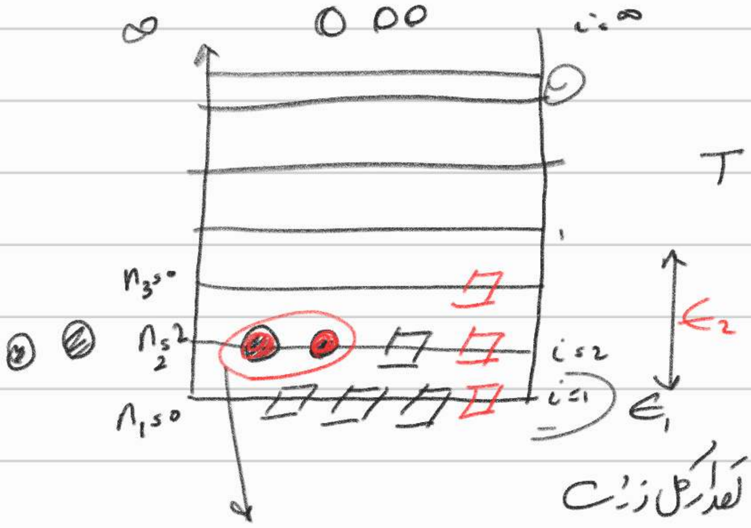
سفید
{ ستاره‌های نوترونی - کوتوله →

سرد است

$\boxed{T \sim 6000\,K}$

$T_f \sim 10^{10}\,K$

$\left\{\begin{array}{l} \epsilon_f = p_f^2/2m \\ T \ll T_f \end{array}\right\}$ غیرنسبیتی / بسیار تبهگن } Non-Relativistic Quantum Regime


∞
i=∞
T
$n_3=0$
$n_2=2$
$n_1=0$
i=2
i=1
ϵ_2
ϵ_1

عدد اشغال

در حد محدود

$$\boxed{E_{total} = \sum_{i=1}^{\infty} n_i \epsilon_i \cancel{\to \infty}}$$

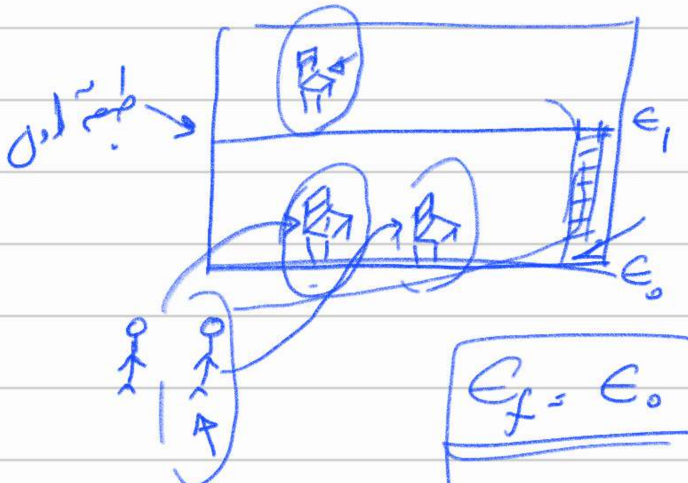
$\epsilon_i \to \infty$

تعداد ذرات در تراز i ام

قید

تعداد کل ذرات $\boxed{N = \sum_{i=1}^{\infty} n_i}$

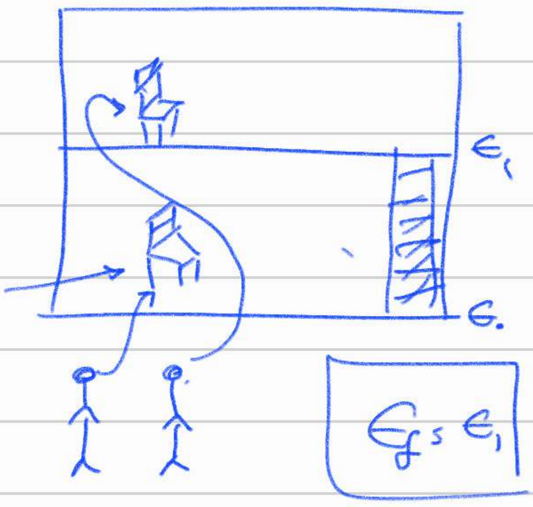
$$E_{tot} = 0\times\epsilon_1 + 2\times\epsilon_2 + 0\times\epsilon_3 + 0\times\epsilon_4 \cdots \quad 0\times\epsilon_\infty = 2\times\epsilon_2$$


طبقه اول
ϵ_1
ϵ_0

طبقه همکف

$\boxed{\epsilon_f = \epsilon_0}$

$\boxed{\epsilon_f = \epsilon_0}$


ϵ_1
ϵ_0
$\epsilon_f = \epsilon_1$

آخرین ترازی که پر شده در دمای صفر است و انرژی آن تراز ϵ_f است

در دماهای بالا که در دمای صفر $\mu = \epsilon_f$ است
$\mu < \epsilon_f$ است چون انرژی گرمایی هم کمک می‌کند به اینها

ذره در ترازهای بالا نرود.

$T=0$

$\underbrace{\epsilon_f = \mu}$

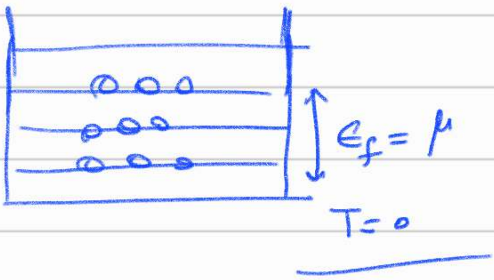
پتانسیل شیمیایی $\underline{\underline{\mu}}$

میل به ذره خواهی.

کمیت مربوط به سیستم فرمیونی معرفی می‌کنیم.

$N=9$

هر تراز هم 3 صندلی داریم.



$T>0$

$\epsilon_f > \mu$

حداقل تغییر انرژی سیستم به ازای اضافه شدن یک ذره به آن

$* \boxed{\langle v^2 \rangle \sim T} *$

$$\frac{1}{2} m v^2 = \frac{3}{2} NKT$$ ①

گاز ایده‌ال - کلاسیک - غیرکوانتومی

تعریف نسبی است. ②

$\boxed{T \ll T_f} \rightarrow$ Cold

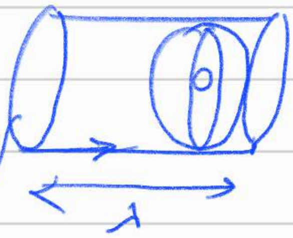
$T \sim 6000K$

سیستم نسبیتی $\boxed{\epsilon_f = p_f c}$

سرد $\leftarrow T \ll T_f$

☆ Collisional and Non-Collisional System

سیستم برخوردی و غیر برخوردی



کوچکترین حجمی که فقط یک ذره را شامل می شود

چگالی تعداد

σ (سطح مقطع)

$$\sigma \lambda n = 1 \quad — \quad \boxed{\lambda = \frac{1}{\sigma n}}$$

cross-section ← σ

طول پویش آزاد → mean free path

طولی که طی آن حداقل یک برخورد خواهیم داشت

$\underline{\underline{\lambda}}$ یک طول نوعی typical

$$\lambda \gg L \text{ (System Size)}$$

هر دو ذره موجود در سیستم همدیگر را نمی بینند سیستم بدون برخورد یا Non-Collisional

یعنی به طور موثر ذرات با دیواره های ظرف برخورد می کنند و احتمال برخورد بین دو ذره چون کم است چشم پوشی کرد

$$\lambda < L) \text{ system size} \rightarrow \underline{\text{Collisional.}}$$

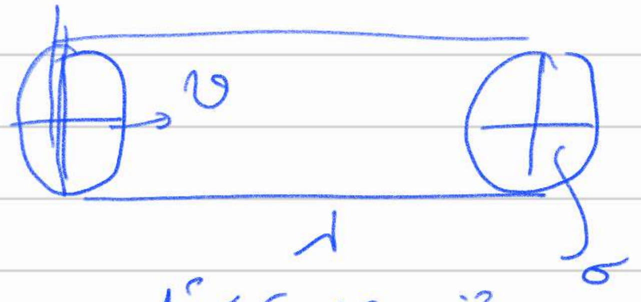
$$\lambda = v\tau \,,\quad \tau = \frac{\lambda}{v}$$

τ ← مدت زمانی که ذره طول λ را طی می کند

$\frac{\text{سرعت حرکت ذره}}{\text{سرعت متوسط}}$

فاصله زمانی بین هر دو برخورد. — $\boxed{\tau} = \frac{1}{\sigma n v}$ (متوسط)

به ترتیب
بعد از هر τ ثانیه
یک برخورد داریم.



زمان مشخصه تحول آن سیستم باشد

$\tau > T_0$ → برخوردی انجام نشده
سیستم غیر برخوردی

$\tau < T_0$ سیستم برخوردی.

Rate of Collision آهنگ برخورد

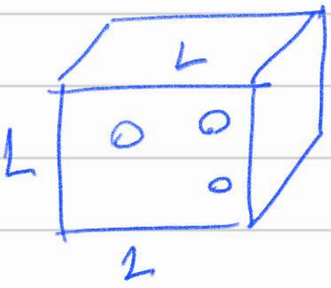
$\Gamma = \frac{1}{\tau}$ Γ

$\Gamma < \Gamma_0$ غیر برخوردی.

$\Gamma > \Gamma_0$ آهنگ برخورد ذرات بیش از
آهنگ برخورد نوعی در سیستم است
برخوردی

گاز ایده‌آل

$\underline{\underline{\lambda}} \gg L$



σ

$\lambda = \frac{1}{\sigma n}$

همدیر اتبینه

$\boxed{n \to 0}$

$\boxed{\sigma \to 0}$ $\longrightarrow$ $\underline{P}V = NKT$

$$\mathcal{H} = \sum_{i} \frac{p^2}{2m} + \underbrace{\sum_{i,j} U_{ij}}_{0}$$

☆ Intractive and Non-Intractn

برهمکنش — غیر برهمکنش

$$\mathcal{H} = \mathcal{H}_0 + \underbrace{\mathcal{H}_{In}}$$

$\mathcal{H}_0 \downarrow$ ذره آزاد

$\mathcal{H}_{In}$ برهمکنشی

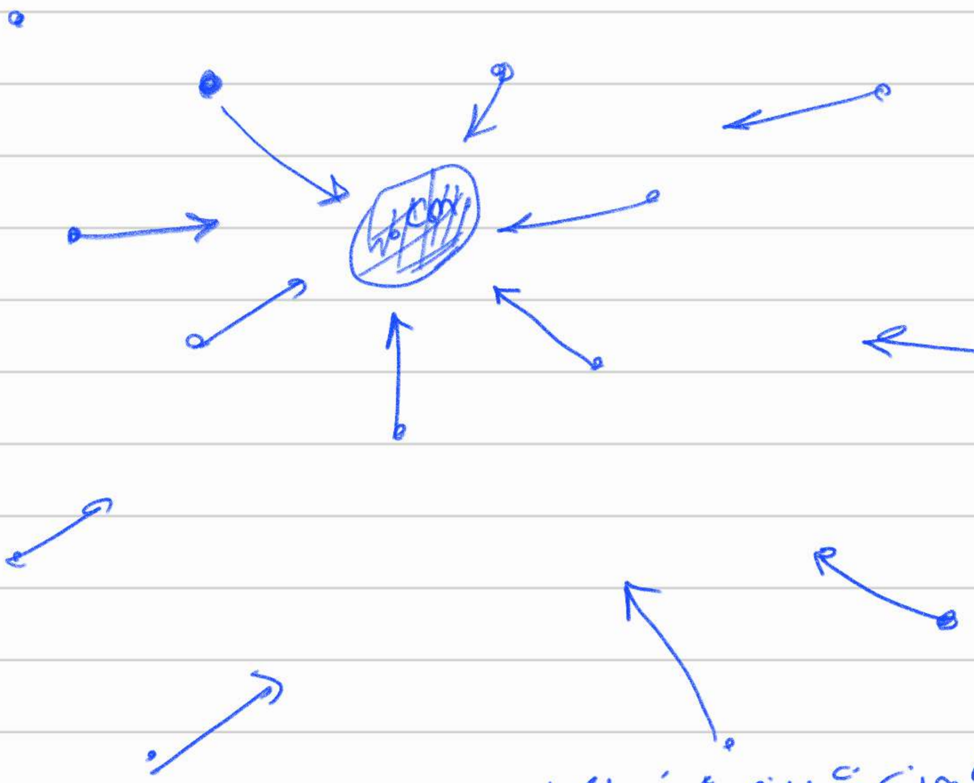
$$\boxed{\sum_{i=1}^{N} \frac{\vec{p}^{\,2}}{2m}} \longleftarrow \text{ذره آزاد}$$

Free Particle (Kinetic Part)

$\mathcal{H}_0 \gg \mathcal{H}_{In} \longrightarrow$ غیر برهمکنشی

$\mathcal{H}_0 \lesssim \mathcal{H}_{In} \longrightarrow$ برهمکنشی

مثال ، در یک سیستم N-ذره‌ای که اندرکنش گرانشی داشته باشند



$$\mathcal{H} = \mathcal{H}_0 + \mathcal{H}_{In}$$

$\mathcal{H}_0 \downarrow$ Kinetic part

$\mathcal{H}_{In} \downarrow$ Intraction

$$\mathcal{H}_0 = \sum_{i=1}^{3N} \frac{p_i^2}{2m}$$

$$\vec{P}_i = \underbrace{(P_{ix}, P_{iy}, P_{iz})}_{3}$$

سیستم در رژیم برهمکنشی است چون فقط بخش گرانشی اثر دارد

بخش جنبشی ندارند

با گذشت زمان ذرات از فاصله دور به یکدیگر نزدیک می‌شوند و اصطلاحاً می‌رمبند

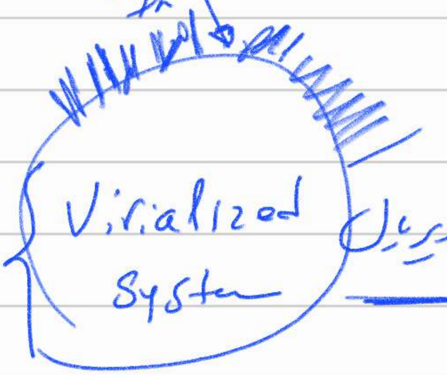
$\mathcal{H}_0$ نقش غالب دارد

سرعت ذرات شروع به زیاد شدن می‌کند .

$\mathcal{H}_0 \uparrow$ ← ایجاد رژیم برهمکنشی ← حالت بدون برهمکنش

رژیم بدون برخورد است

$\mathcal{H}_{In}$



سیستم اصطلاحاً ویریال

اجسام از یک حدی بیشتر نمی‌رمبند

در طبیعت به سیستم مقیدی را می‌بینیم که سیاهچاله نیز نباشد