باسمه تعالی

امتحان پایانی درس مکانیک آماری پیشرفته ۱ مدت امتحان سه ساعت نام و نام خانوادگی: تاریخ ۱۴۰۰/۱۱/۶

شرافت‌نامه

اینجانب متعهد می‌شوم تنها از منابع مجاز و با رعایت قوانین حاکم بر ارزشیابی‌های دروس و بر اساس دانش و آموخته‌های خودم، در این امتحان شرکت می‌کند. در صورتی که مشخص شود که در هر بخش از این امتحان از منابع غیرمجاز استفاده کرده باشم، تبعات آن را کاملاً می‌پذیرم و مدیون خواهم بود و استاد درس مجاز است مطابق مقررات، گزارش آن را مراجع ذیربط برای اقدام مقتضی، ارسال نماید و هر تصمیمی که در خصوص وضعیت من اتخاذ کند می‌پذیرم.

امضاء

منابع مجاز:

الف: دست‌نوشته‌های استاد درس.

ب: کتب و منابع برخط متناسب با موضوع درس.

منابع غیرمجاز:

مشورت با دیگران

مدت زمان پاسخگویی سه ساعت است. بارم کل ۸۰ امتیاز است

با عنایت به روش امتحانی که در پیش گرفتم و اینکه تلاش کردم شرایط امتحان مطلوب‌تری را برای شما دانشجوی عزیز فراهم کنم در صورتی که مشخص شود که با مشورت با دیگران سوالات پاسخ داده شده است، بدون توجه به صحت پاسخ سوالات، نمره صفر در نظر گرفته خواهد شد.

لطفا این فایل را تکمیل کرده و به پاسخ سوالات بپسبانید

۱- طیف تابش یک جسم دلخواه در d بُعد را با فرض اینکه ضریب جذب به صورت $\omega^2 kT(d+1)$ تغییر می‌کند، محاسبه نموده و وابستگی انرژی کل تابش شده در تمام فرکانس‌ها را به دما و بُعد سیستم تعیین کنید. فرض کنید که شارش توسط عبارت $R=\frac{1}{4}n\langle v\rangle$ داده شود **(۲۰ نمره)**

راهنمایی: $Q = AQ_B, \quad Q_B = \hbar\omega\frac{d}{d\omega}R, \quad n = \int d\omega \frac{g(\omega)}{V_d} n(\omega)$

۲- در یک جعبه به حجم V تعداد ثابت N گاز دو اتمی که هریک دارای دوقطبی الکتریکی ذاتی $\vec{p}$ می‌باشند قرار دارند. اگر این مجموعه را در یک میدان الکتریکی یکنواخت $\vec{E}=(0,E_y,E_z)$ قرار دهیم، کمیتهای زیر را حساب کنید: **(۱۰ نمره)**

الف: متوسط بردار قطبش را بدست آورید.

ب: ثابت دی‌الکتریک (ε) را در میدان ضعیف محاسبه کنید.

۳- با کمک قضیه ویریال معادله حالت و انرژی درونی یک سیستم بس-ذره‌ای برهمکنشی با جمله برهمکنش $U\left(\left|\vec{r}_i-\vec{r}_j\right|\right)$ را محاسبه کنید. **(۲۰ نمره)**

۴- به منظور مطالعه فیزیک کوتوله‌های سفید، لازم است نیروهایی که در وضعیت تعادل درون ستاره نقش دارند را مشخص کنیم. در تعادل ترمودینامیکی انرژی آزاد هلمهولتز باید کمینه باشد. بر این اساس تغییرات شعاع ستاره به چه عواملی بستگی دارد؟ دما چه نقشی ایفا می کند؟ **(۱۰ نمره)**

۵- فشار یک سیستم بوزونی و فرمیونی ایده‌ال را در نزدیکی دمای صفر، با هم مقایسه نمایید. استنباطهای فیزیکی خود را در این خصوص بنویسید. **(۱۰ نمره)**

۶- رابطه بین پتانسیل شیمیایی و انرژی فرمی چیست؟ این ارتباط را در دمای صفر و دمای بالا مقایسه کنید. **(۱۰ نمره)**

ابداً خویشتن را محدود به آنچه قدمای ما بدان پرداخته‌اند نکنیم و سعی نماییم آنچه را می‌توان تکمیل کرد تکمیل کنیم (ابوریحان بیرونی قرن ۴هجری)

موفق باشید

موحد

	Microcanonical $\Omega(E,V,N)$	Canonical $Z(T,V,N)$	Grand canonical $\mathcal{Z}(T,V,\mu)$
$\frac{S}{k}$	$\ln\Omega$	$\left(\frac{\partial(T\ln Z)}{\partial T}\right)_{V,N}$	$\left(\frac{\partial(T\ln\mathcal{Z})}{\partial T}\right)_{V,\mu}$
F	$E-kT\ln\Omega$	$-kT\ln Z$	$kT\mu^2\left(\frac{\partial(\mu^{-1}\ln\mathcal{Z})}{\partial\mu}\right)_{T,V}$
U	Fixed $(=E)$	$kT^2\left(\frac{\partial(\ln Z)}{\partial T}\right)_{V,N}$	$-\left(\frac{\partial(\ln\mathcal{Z})}{\partial\beta}\right)_{\beta\mu,V}$
N	Fixed	Fixed	$kT\left(\frac{\partial(\ln\mathcal{Z})}{\partial\mu}\right)_{T,V}$
kT	$\left(\frac{\partial(\ln\Omega)}{\partial E}\right)^{-1}_{V,N}$	Fixed	Fixed
$\frac{\mu}{kT}$	$-\left(\frac{\partial(\ln\Omega)}{\partial N}\right)_{E,V}$	$-\left(\frac{\partial(\ln Z)}{\partial N}\right)_{T,V}$	Fixed
P	$kT\left(\frac{\partial(\ln\Omega)}{\partial V}\right)_{E,N}$	$kT\left(\frac{\partial(\ln Z)}{\partial V}\right)_{T,N}$	$\frac{kT}{V}\ln\mathcal{Z}$
$\frac{C_V}{k}$	$-\beta^2\left(\frac{\partial^2(\ln\Omega)}{\partial E^2}\right)^{-1}_{V,N}$	$\beta^2\left(\frac{\partial^2(\ln Z)}{\partial\beta^2}\right)_{V,N}$	$T\left(\frac{\partial^2(T\ln\mathcal{Z})}{\partial T^2}\right)_{V,\mu}$
$(\Delta N)^2$	0	0	$\left(\frac{\partial^2(\ln\mathcal{Z})}{\partial(\beta\mu)^2}\right)_{\beta,V}$
$(\Delta E)^2$	0	$\left(\frac{\partial^2(\ln Z)}{\partial\beta^2}\right)_{V,N}$	$\left(\frac{\partial^2(\ln\mathcal{Z})}{\partial\beta^2}\right)_{\beta\mu,V}$

$\int_0^\infty dx\ x^n\ e^{-\alpha x} = \frac{n!}{\alpha^{n+1}}$ $\qquad$ $\left(\frac{1}{2}\right)! = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$

$\int_{-\infty}^{\infty} dx \exp\left[-ikx - \frac{x^2}{2\sigma^2}\right] = \sqrt{2\pi\sigma^2}\exp\left[-\frac{\sigma^2k^2}{2}\right]$ $\qquad$ $\lim_{N\to\infty}\ln N! = N\ln N - N$

$\left\langle e^{-ikx}\right\rangle = \sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-ik)^n}{n!}\left\langle x^n\right\rangle$ $\qquad$ $\ln\left\langle e^{-ikx}\right\rangle = \sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-ik)^n}{n!}\left\langle x^n\right\rangle_c$

$\cosh(x) = 1 + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} + \cdots$ $\qquad$ $\sinh(x) = x + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} + \cdots$

Surface area of a unit sphere in d dimensions $\qquad$ $S_d = \frac{2\pi^{d/2}}{(d/2-1)!}$

$$\sum_k \rightarrow \frac{l^d}{(2\pi)^d}\int d^dk \rightarrow \int g(\varepsilon)d\varepsilon$$

$$g(\varepsilon)d\varepsilon = \frac{S_d k^{d-1}}{\left(\frac{2\pi}{l}\right)^d}dk \qquad S_d = \frac{2\pi^{d/2}}{\Gamma\left(\frac{d}{2}\right)}$$

$$V_d = \frac{R^d\pi^{d/2}}{\frac{d}{2}\Gamma\left(\frac{d}{2}\right)}$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} dx e^{-ax^2} = \sqrt{\frac{\pi}{a}}$$

$$\Gamma(t) = \int_0^{+\infty} dx x^{t-1}e^{-x} = (t-1)\Gamma(t-1)$$

$$\Gamma(t)\Gamma(1-t) = \frac{\pi}{\sin\pi t} \quad ,\Gamma(\frac{1}{2}) = \sqrt{\pi}$$