بسم الله الرحمن الرحیم

Chapter 3: The Particle-Like Properties of Electromagnetic Radiation

خواص ذره‌ای تابش الکترومغناطیسی

Localized View Point

جایگزیده

Extended

گسترش یافته

☆ می‌خواهیم از منظر فیزیک اجسام جایگزیده (ذره) به اتفاقاتی که در کل فضا گسترش یافته‌اند (امواج ← Radiation (wave)) نگاه کنیم.

☆ قصد داریم آزمایش‌هایی را بررسی کنیم که علی‌رغم اینکه به نظر می‌رسد می‌توان با استفاده از نظریه موجی قابل توصیف باشند اما نتایج متناقضی را به دست می‌دهند، اگر از دیدگاه ذره‌ای به آنها نگاه کنیم نتایج سازگار خواهند بود.

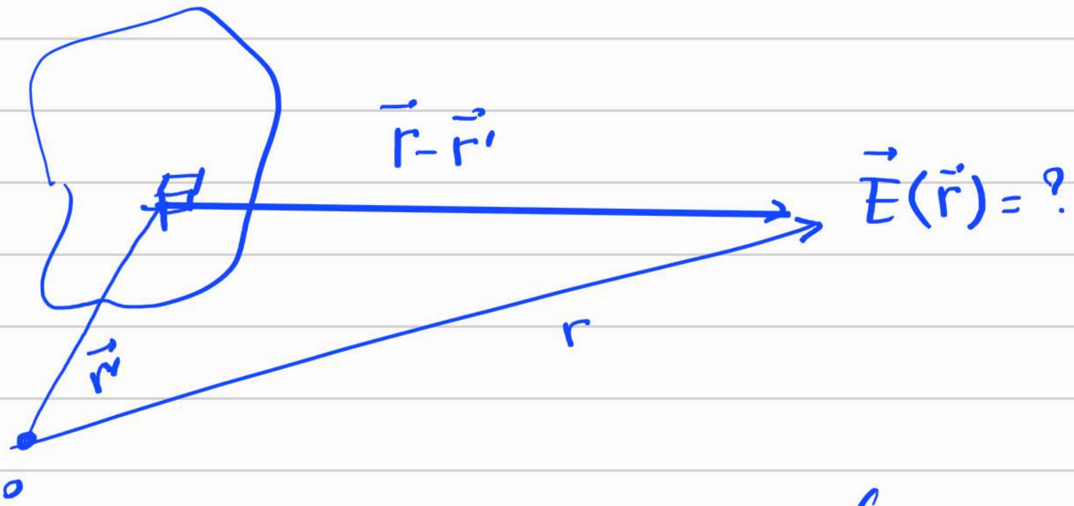
Particle-Like ⟷ Radiation (wave)

آنچه که بررسی خواهد شد:

1. خلاصه‌ای از امواج الکترومغناطیس
2. اثر Photo Electric
3. تابش گرمایی Thermal-Radiation (Black-Body)
4. Compton Effect (پراکندگی فوتون از الکترون)

3.1: Review of Electromagnetic Radiation

① A distribution of Static electric charges Produce $\vec{E}$



$$\vec{E}(\vec{r}) = \int_{v'} dv' \frac{\rho(r')\,(\bar{r}-\bar{r}')}{4\pi\epsilon_0 |r-r'|^3} + \int_{\partial v'} dA' \frac{\sigma(r')}{4\pi\epsilon_0} \frac{(\bar{r}-\bar{r}')}{|r-r'|^3}$$

$\rho \rightarrow$ $\qquad$ $\sigma \rightarrow$

$$+ \sum_{i=1}^{N} \frac{q_i\,(\vec{r}-\vec{r}_i)}{4\pi\epsilon_0 |\bar{r}-\bar{r}_i|^3}$$

نقطي $\rightarrow$

جريان ثابت

② A steady current produces magnetic field $\vec{B}$

Static

$$\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{\vec{J}(r') \times (\bar{r}-\bar{r}')}{|r-r'|^3}\, dv'$$

③ Time varing $\begin{Bmatrix} \rho(r',t) \\ J(r',t) \end{Bmatrix} \longrightarrow \begin{Bmatrix} \vec{E}(r,t) \\ \vec{B}(r,t) \end{Bmatrix}$ موج الکترومغناطیسی

$$\begin{cases} \vec{E} = \vec{E}_0 \, e^{i(\vec{K}\cdot\vec{r} - \omega t)} \\ \vec{B} = \vec{B}_0 \, e^{i(\vec{K}\cdot\vec{r} - \omega t)} \end{cases}$$

دامنه و قطبش

$$K = \frac{2\pi}{\lambda}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \quad — \quad f = \frac{1}{T}$$

$$\underbrace{\vec{B} \perp \vec{E}}$$

از معادلات ماکول

$$\begin{Bmatrix} E_0 \cos(K\cdot r - \omega t) \\ E_0 \sin(k\cdot r - \omega t + \varphi) \end{Bmatrix}$$

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial B}{\partial t}$$

$$\nabla \times \vec{B} = \mu_0 \left(J + \epsilon_0 \frac{\partial E}{\partial t} \right)$$

$$\boxed{B_0 = E_0/c}$$

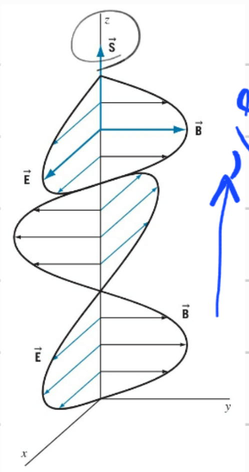


FIGURE 3.1 An electromagnetic wave traveling in the z direction. The electric field $\vec{E}$ lies in the xz plane and the magnetic field $\vec{B}$ lies in the yz plane.

جهت انتشار

$$C = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}}$$

{ یعنی در یک موج الکترومغناطیسی شدت میدان مغناطیسی
$1/c$ شدت میدان الکتریکی است }

$$\boxed{e^{iX} = \cos(X) + i\,\sin(X)}$$

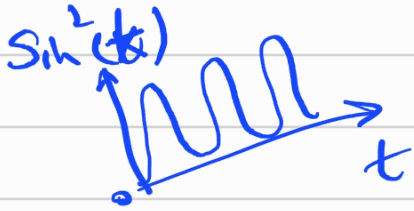
$$X \to X \pm \pi/2$$

انرژی حمل شده توسط موج الکترومغناطیسی

Poynting Vector $\equiv \vec{S}$ — $[W/m^2]$

$$\vec{S} = \frac{1}{\mu_0}\,\vec{E}\times\vec{B} = \frac{1}{\mu_0} B_0 E_0 \sin^2(kz-\omega t)\,\hat{k}$$

$\boxed{\text{شکل } 3.1}$



توجه آنچیزی که ما می‌بینیم متوسط‌گیری شده در زمان

$$\boxed{P = |S| = \frac{1}{\mu_0} B_0 E_0 \sin^2(kz-\omega t)}$$

(4) $$P_{av.} = \frac{1}{T}\int_0^T p\,dt = \frac{1}{2\mu_0 c} E_0^2 A \longrightarrow [W]$$

شدت منبع

$$S_{av} = \frac{1}{T}\int_0^T S\,dt = \frac{1}{2\mu_0 c} E_0^2 \quad [W/m^2]$$

شدت منبع فرودی متناسب $\propto E_0^2$

(5) Interference and Diffraction

تداخل ... پراش

$l \gg \lambda \rightarrow$ Geometric optics

$l \gtrsim \lambda \rightarrow$ Diffraction, Interference

$l \ll \lambda \rightarrow$ تداخل

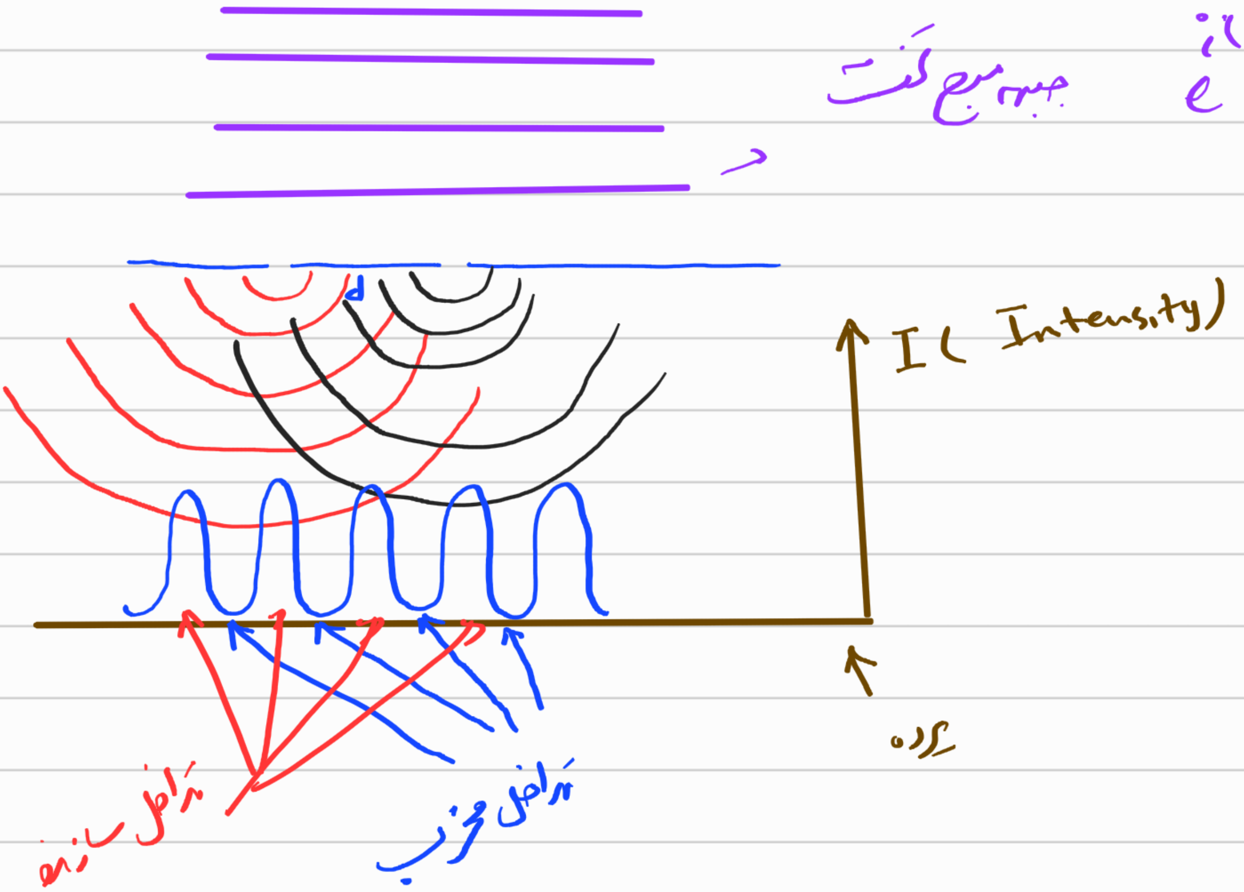
Superposition Principle

مطابق اصل برهم‌نهی

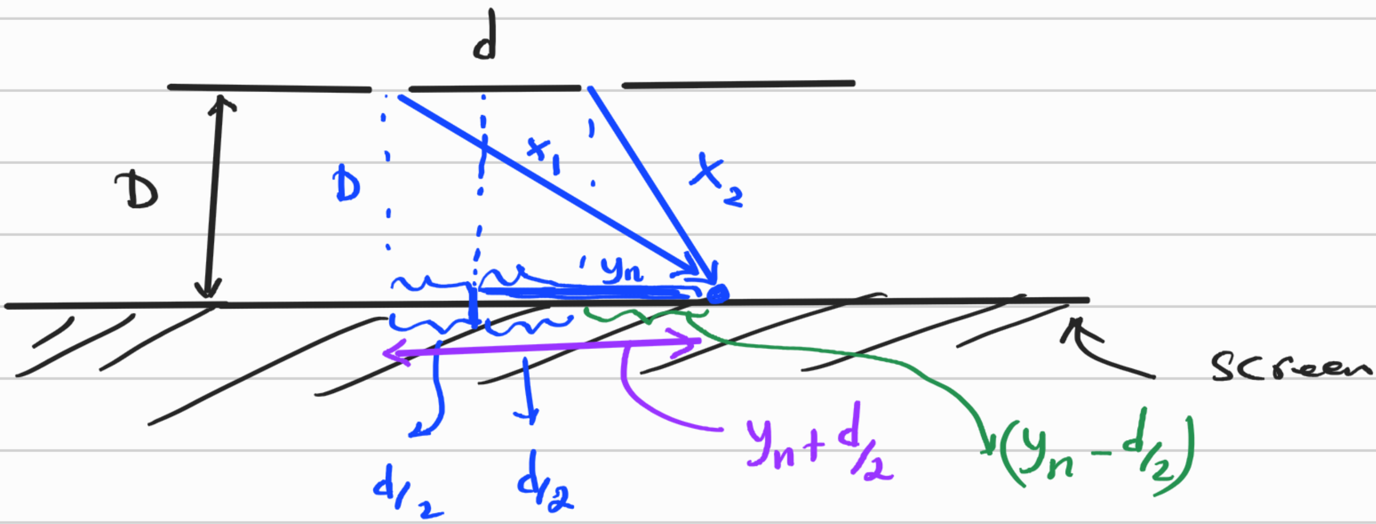
سیستم خطی است

6 Young's double-slit experiment

آزمایش دوشکافی یانگ



$e^{i(Kx-\omega t)}$



$|K_1 \cdot X_1 - K_2 \cdot X_2| =$ اختلاف فاز

$K\,\big|\underbrace{|X_1| - |X_2|}\big| =$ اختلاف فاز : $= 0, 2\pi, 4\pi \ldots$ تداخل سازنده

$= \pi/2, 3\pi/2 \ldots$ تداخل مخرب

$$\begin{cases} X_1^2 = D^2 + \left(y_n + \frac{d}{2}\right)^2 \\ X_2^2 = D^2 + \left(y_n - \frac{d}{2}\right)^2 \end{cases}$$

$D \sim 1\,\text{m}$

$d \sim 1\,\text{mm}$

$$\frac{X_1^2 - X_2^2}{2d} = y_n \longrightarrow \frac{(X_1 - X_2)\overbrace{(X_1 + X_2)}^{2D}}{2d} = y_n$$

$X_1 \sim D \,, X_2 \sim D$

$$y_n = \frac{\overbrace{(X_1 - X_2)}^{n\lambda \text{ تداخل سازنده}}\, 2D}{2d}$$

$$\boxed{y_n = n\lambda \frac{D}{d}}$$

مکان n امین بیشینه از مرکز بین دو سوراخ

7 Crystal Diffraction (Grating, Crystal, ...)

یک سوال مطرح شده: اعداد موهومی چه نقشی دارند؟

از جمله انگیزه‌های استفاده از e^{ix} به جای $\cos(x)$ و $\sin(x)$

می‌توان این نکته است که خواص e^{ix} نسبت به $\cos(x)$ و $\sin(x)$ خیلی راحت‌تر و سرراست‌تر است. برای مثال:

$$e^{ix} e^{iy} = e^{i(x+y)}$$
$$= \cos(x+y) + i\sin(x+y)$$

این در حالی است که $\cos(x) \to \cos(x+y)$ به سادگی

$e^{ix} e^{iy} = e^{i(x+y)}$ است شکل نمی‌گیرد.

در مشتق انتشار امواج داریم

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \qquad \left\{ \begin{array}{l} \vec{\nabla} \longrightarrow i\hat{K} \\ \frac{\partial}{\partial t} \longrightarrow -i\omega \end{array} \right.$$

$i\vec{K} \times \vec{H} = -i\omega D$ یعنی مشتق تبدیل شد به معادله جبری

یا در نظر بگیرید

$$\nabla^2 E - \mu\sigma \frac{\partial E}{\partial t} - \mu\epsilon \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = 0$$

$$\nabla^2 E + (\mu\epsilon\omega^2 + i\mu\sigma\omega) E = 0$$

$$E(z) = E_0 \underbrace{e^{-\frac{\omega}{c}\kappa z}\, e^{-i(\omega t - nz/c)}}_{\text{جذب در مکان‌های مختلف یعنی میرایی مکانی}}$$

یا استفاده از حساب مانده که جز محاسبه انتگرال که از دیگر کاربردهای اعداد مختلط است