بسم الله الرحمن الرحیم

نکته: اجسام صلب (تراکم ناپذیر) در حالت های نسبیتی نمی توانند وجود داشته باشند زیرا در آن صورت باید سرعت بی نهایت برای انتقال سیگنال از نقطه های مختلف داشته باشد که با نسبیت تناقض دارد.

Refs.: Physics Today Sep. (1960), 24

PRD, 116, 1041, (1959) (شبیه سازی شکل اجسام در نزدیکی سرعت نور)

2.7: Relativistic Dynamics

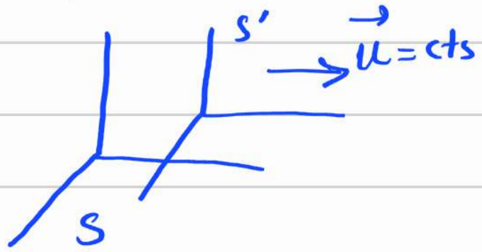
① تا اینجا تمرکز ما بر سینماتیک بود. یعنی تبدیلات مربوط به مختصات ←

$\underbrace{(x, y, z, t)}_{}$ فضا زمان

$$\underbrace{X}_{S} \longrightarrow X' = A X$$

$\uparrow$

Lorentz Transformation



$$x' = \frac{x - ut}{\sqrt{1 - u^2/c^2}}$$

$$* \; y' = y$$

$$* \; z' = z$$

$$\left\{ \begin{aligned} \beta &\equiv u/c \\ \gamma &\equiv \frac{1}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} \end{aligned} \right\}$$

$$t' = \frac{t - ux/c^2}{\sqrt{1-u^2/c^2}}$$

برای سرعت ها

$$v'_x = \frac{v_x - u}{1 - u v_x/c^2}$$

$$v'_y = \frac{\sqrt{1-u^2/c^2}\, v_y}{1 - u v_x/c^2}$$

$$v'_z = \frac{\sqrt{1-u^2/c^2}\, v_z}{1 - u v_x/c^2}$$

۲) حال به دینامیک نسبیت خاص بپردازیم ← سرعت، تکانه، نیرو، انرژی (مکانیکی)

؟

Mechanics

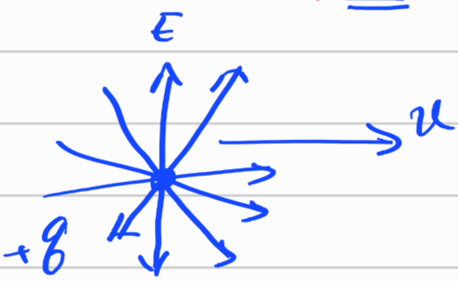
خلاصه

Electricity-Magnetism

Electrodynamics

بررسی نمی کنیم

۳) قوانین فیزیک تحت تبدیلات ناظرهای لخت $\boxed{\text{ناوردا}}$ هستند



$B, E \longrightarrow F_{\mu\nu}$

شکل هموردای معادلات ماکسول

قبلاً در سر بحث های کم و در نظر گرفتن تبدیلات گالیله

$$\underbrace{\vec{F} = m\vec{a}}_{S} \longrightarrow \underbrace{\vec{F}' = m\vec{a}'}_{S'}$$

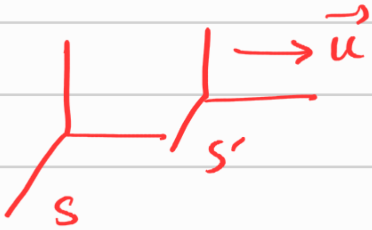
$$a_x = a'_x$$
$$a_y = a'_y$$
$$a_z = a'_z$$

$$\underbrace{\vec{F} = \vec{F}'}$$

ناوردا تحت ناظرهای لخت

تبدیلات لورنتس

$$\vec{F} = m\vec{a} \longrightarrow \vec{F}' = \ ?$$



$$v'_x = \frac{v_x - u}{1 - uv_x/c^2}$$

$$F_x = ma_x \longrightarrow F'_x = ma'_x$$

$$a'_x = \frac{dv'_x}{dt'} = \frac{dv'_x}{dt}\frac{dt}{dt'} = \frac{a_x}{\gamma^3\left(1 - uv_x/c^2\right)^3}$$

$$\gamma \equiv \frac{1}{\sqrt{1 - u^2/c^2}}$$

واضحه که متفاوت اند

نتیجه اینکه با توجه به شکل

این قانون $F = ma$

بحث تبدیلات لورنتس
ناوردایی

$$F = \frac{dP}{dt}$$

شکل F در حالت نسبیتی دیگر با شکل غیرنسبیتی برابر نیست

البته بدیهی است که انتظار نداشته باشیم که $\vec{F} = m\vec{a}$ در حالت نسبیتی کار کند ←

فرض $a = cte$ ← $v = at + v_0$

↓

هیچ حدی ندارد ← حد سرعت نور تناقض دارد

$$\boxed{\vec{v} \longrightarrow \vec{V} = \frac{d\vec{r}}{d\tau}}$$

$\frac{d\vec{r}}{dt}$ فقط در ناظر مطلوب

زمان ویژه

۴

$$\vec{P} = m\vec{v} \longrightarrow \vec{P} = \frac{m}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}\,\vec{v}$$

$m = m_0 \rightarrow$ جرم در حال سکون ذره

نسبت به S

$$\boxed{\vec{P} = \frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}\,\vec{v}}$$

v سرعت ذره نسبت به ناظر ساکن

?

$$\boxed{\vec{P}' = \frac{m_0}{\sqrt{1 - v'^2/c^2}}\,\vec{v}'}$$

نسبت به S'

برگردیم به مثال قبلی ← همه چیز سرراست خواهد شد

$$\vec{F} = \frac{d\vec{P}}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}\,\vec{v}\right)$$

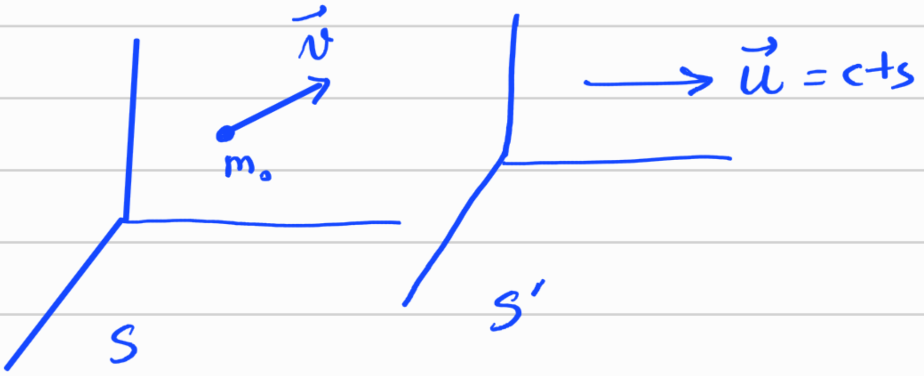
۵

$$\neq \frac{m_0}{\sqrt{1-v^2/c^2}}\,\frac{d}{dt}\vec{v}$$

$$\vec{F}' = \frac{d}{dt'}\vec{p}' = \frac{d}{dt'}\left(\frac{m_0}{\sqrt{1-v'^2/c^2}}\,\vec{v}'\right)$$

$$\vec{F} \xrightarrow{\text{تحت تبدیلات لورنتس}} F' = ?$$

4) ارتباط بین $\vec{P}$ ، $\vec{P}'$ و $\vec{F}$ ، $\vec{F}'$ تحت تبدیلات لورنتس چگونه است؟



$$\frac{1}{\sqrt{1-v'^2/c^2}} \overset{?}{=} \frac{1}{\sqrt{1-u^2/c^2}}\left(\frac{1-uv_x/c^2}{\sqrt{1-v^2/c^2}}\right)$$

سرعت دستگاه

سرعت ذره

$$\begin{cases} p'_x = \dfrac{1}{\sqrt{1-u^2/c^2}}\left(\dfrac{1-uv_x/c^2}{\sqrt{1-v^2/c^2}}\right) m_0 \left(\dfrac{v_x-u}{1-uv_x/c^2}\right) \\[2ex] p'_y = \quad '' \quad\quad '' \quad\quad '' \quad \dfrac{\sqrt{1-u^2/c^2}\; v_y}{1-uv_x/c^2} \end{cases}$$

$$P_z' = \quad = \quad = \quad \frac{\sqrt{1-u^2/c^2}\, v_z}{1-uv_x/c^2}$$

$$\vec{F} = \frac{d}{dt}\vec{P} = \frac{d}{dt}\left(\frac{m_0}{\sqrt{1-v^2/c^2}}\vec{v}\right)$$

$$m \equiv \frac{m_0}{\sqrt{1-v^2/c^2}} \longrightarrow m' = \frac{m_0}{\sqrt{1-v'^2/c^2}}$$

$$= \frac{m_0(1-uv_x/c^2)}{\sqrt{1-v^2/c^2}\sqrt{1-u^2/c^2}}$$

?

$$F_x' = \frac{F_x - u/c^2\,(\overrightarrow{v}\cdot\overrightarrow{F})}{1-v_x u/c^2}$$

v

$$[F] = \left[\frac{dp}{dt}\right] = \left[\frac{dE}{dx}\right]$$

$$F_y' = \frac{F_y}{\frac{1}{\sqrt{1-u^2/c^2}}(1-uv_x/c^2)}$$

$$F_z' = \frac{F_z}{\frac{1}{\sqrt{1-u^2/c^2}}(1-uv_x/c^2)}$$

تعادل انرژی ؟ ۷

$$E_K = W = \int_{v=0}^{v} F\,dx = \int \frac{dp}{dt}\,dx$$

$$= \int_{v=0}^{v} v'\,dp'$$

$$= pv - \int_{v=0}^{v} p'\,dv'$$

$$= \frac{m_0 v^2}{\sqrt{1-v^2/c^2}} - \int_{v=0}^{v} \frac{m_0 v'}{\sqrt{1-v'^2/c^2}}\,dv'$$

$$E_K = \frac{m_0 v^2}{\sqrt{1-v^2/c^2}} + m_0c^2\sqrt{1-v^2/c^2} - m_0c^2$$

$$E_K = \underbrace{\frac{m_0c^2}{\sqrt{1-v^2/c^2}}}_{} - m_0c^2$$

$$E_K = E_{total} - E_0$$

$$\boxed{E_{total} = E_K + E_0}$$

$$E_0 = m_0c^2$$

این کمیت در نسبیت تعادل دارد

$$\ln E_K = m_0c^2\left(1 + \frac{v^2}{2c^2} + \cdots\right) - m_0c^2$$

$v^2/c^2 \to 0$

$$\simeq \cancel{m_0c^2} + \frac{m_0\cancel{c^2}v^2}{2\cancel{c^2}} + \cdots - \cancel{m_0c^2}$$

$$\boxed{\text{ln } E_k \simeq \frac{1}{2} m_0 v^2 \qquad v^2/c^2 \to 0}$$

$$E_{total}^2 = (E_k + m_0 c^2)^2 = (PC)^2 + (m_0 c^2)^2$$

$$\boxed{E_{total} = c\sqrt{P^2 + m_0^2 c^2}}$$

(در سیستم S) $E_{total} = \dfrac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = E_k + m_0 c^2$

(در سیستم S') $E'_{total} = \dfrac{1}{\sqrt{1-u^2/c^2}} \; \dfrac{1 - u v_x/c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \; m_0 c^2$

$$\boxed{E' = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \left[E - uP \right]}$$

تبدیل انرژی کل بین دستگاه های مختلف

$$\boxed{\begin{aligned} P'_x &= \frac{1}{\sqrt{1-v^2/c^2}} \left(P_x - uE/c^2 \right) \\ P'_y &= P_y \\ P'_z &= P_z \end{aligned}}$$