بسم الله الرحمن الرحیم   جلسه ۱۱ ام ، ۱۴۰۱

5.3 : Diagramatic Representation of Perturbation theory

$$\mathcal{H} = \mathcal{H}_0 + \mathcal{U} \longleftarrow \text{perturbation} \longrightarrow m^4, \ldots$$

$\downarrow$

Gaussian

$\downarrow$

m^2

$$\langle \mathcal{O} \rangle = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-\beta)^n}{n!} \langle \mathcal{O}\, \mathcal{U}^n \rangle_0^{\text{connected}}$$

پس می‌توان گفت تا الان اینجوری در نظر گرفتیم که هامیلتونی دارای جمله اختلالی است ($\mathcal{U}$) بعد

هر کمیت دلخواه مشاهده‌پذیر ($\mathcal{O}$) را بدست آوردیم. پس در این حالت می‌توان گفت که

بدون در نظر گرفتن RG مستقیماً کمیت‌های مشاهده‌پذیر را محاسبه کردیم

$\chi, G, \ldots$

اما یک روش دیگر می‌تواند این باشد که با در نظر گرفتن $\mathcal{U}$. ضرایب جفت‌شدگی اصلاح می‌شوند

بعد با استفاده از RG $\rightarrow$ تابع β $\rightarrow$ نماهای مقیاسی در شار RG

تا اینجا که گفتیم تا اصلاح ضرایب جفت‌شدگی بود. $\rightarrow$ به صورت دیاگرامی همان تابع β را

حساب کنیم.

$$\mathcal{H} = \mathcal{H}_0 + \mathcal{U} = \overbrace{\int d^d x \; \frac{t m^2 + K(\nabla m)^2 + L(\nabla^2 m)^2}{2}}^{\mathcal{H}_0} + \underbrace{u \int d^d x \, (\vec{m}\cdot\vec{m})^2}_{\mathcal{U}}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} u > 0 \\ a_4 > 0 \end{array} \right\}$$

$$\mathcal{U} \sim \underbrace{\tilde{m}_i(q_1)\,\tilde{m}_i(q_2)\,\tilde{m}_j(q_3)\,\tilde{m}_j(q_4)}$$

(1)
$$\langle O \rangle = \langle O \rangle_0 - \underbrace{\left[\langle O\,\mathcal{U} \rangle_0 - \langle O \rangle_0 \langle \mathcal{U} \rangle_0 \right]}_{\langle O\,\mathcal{U} \rangle_0^{\text{connected}}} + \cdots$$

(2)
$$O \equiv \prod_{i=1}^{g} m_{\alpha_i}(q_i) \longrightarrow \langle O \rangle = \left\langle \prod_{i=1}^{g} m_{\alpha_i}(q_i) \right\rangle$$

زوج

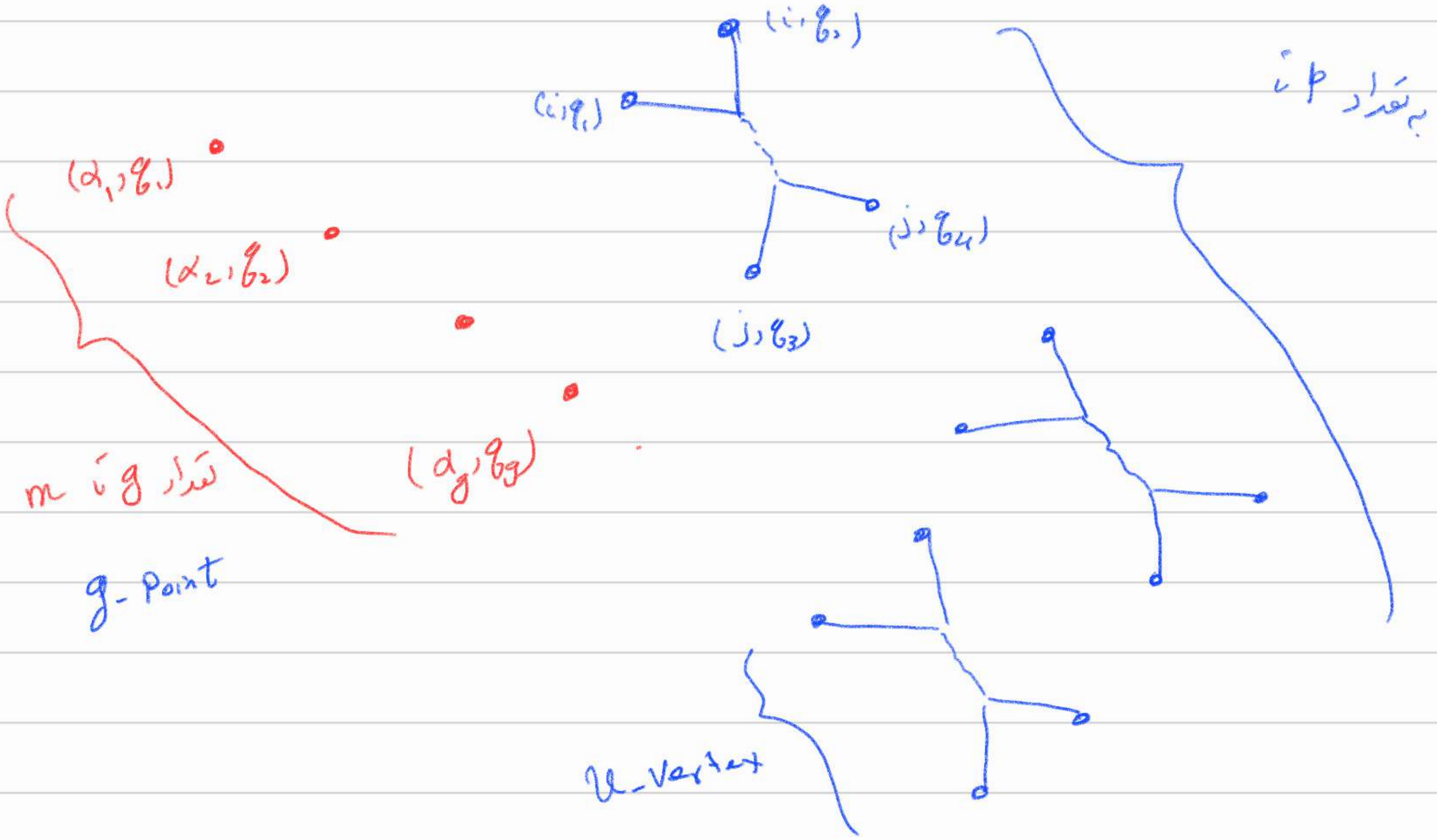
g-Point Correlation function

$g=2$ Two-Point Correlation Function

Up to $(p+1)$ of Perturbation

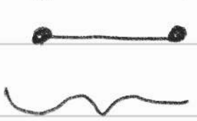
$$O(u^{p+1})$$

u^p وجود داشته باشد



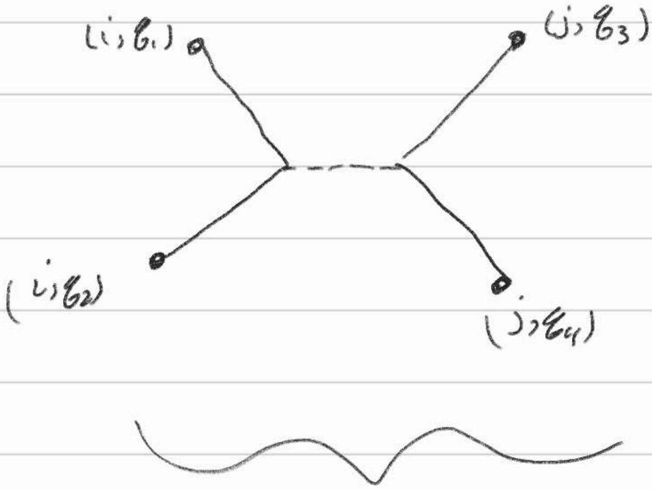
L = 0

3



$$\equiv \langle m_\alpha(q)\, m_\beta(q') \rangle_0$$

$$= \frac{\delta_{\alpha\beta}\, (2\pi)^d\, \delta_D(q+q')}{t + Kq^2}$$



$$\equiv u\, (2\pi)^d\, \delta_D(q_1 + q_2 + q_3 + q_4)$$

(4) انتگرال گیری بر روی 4p تا اندازه حرکت داخلی

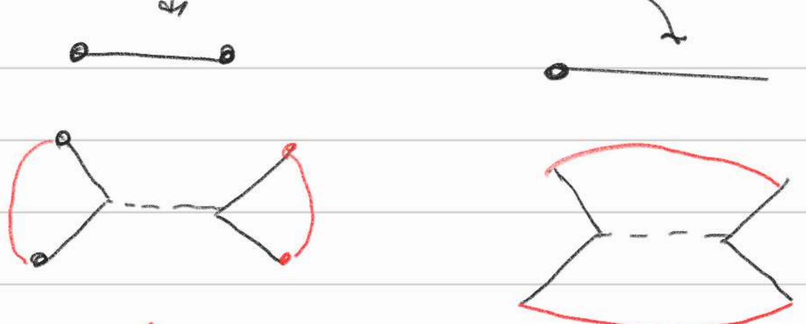
جمع بر روی 2p تا اندیس (i,j) . $\delta_{ii} = n$

تعداد درجات آزادی میدان در هر نقطه است

(5) تنها fully-connected Diagram مهم هستند

(6) $\dfrac{(-1)^p}{p!}$ ضرایب

(7) $\underbrace{\langle m_\alpha(q)\, m_\beta(q')\rangle_0}\ \langle m_i(q_1)\, m_i(q_2)\, m_j(q_3)\, m_j(q_4)\rangle_0$



3 تا جمله وجود دارد که متصل نیست $= 1 + 2$

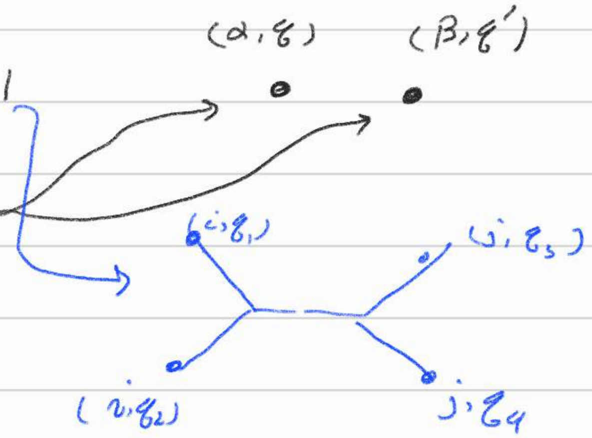
Not fully connected Diagram

(8) $p = 1$

$g = 2$ $\quad \langle m_\alpha(q)\, m_\beta(q')\rangle = ?$

$\mathcal{U} \longrightarrow (m \cdot m)^2 \leftarrow p = 1$

$\mathcal{O} \longrightarrow m^2 \leftarrow g = 2$

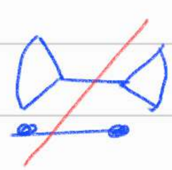
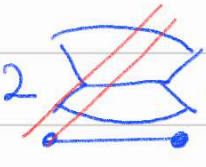


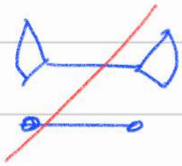
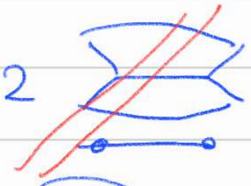
$$\langle m_\alpha(q) m_\beta(q')\rangle = \langle m_\alpha(q) m_\beta(q')\rangle_0$$

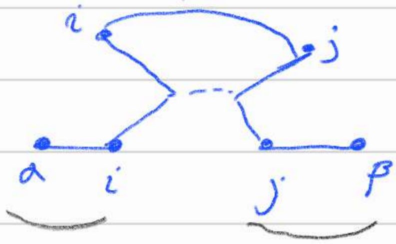
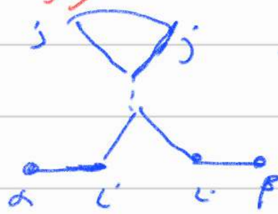
$$- \Big[\langle m_\alpha(q) m_\beta(q') m_i(q_1) m_i(q_2) m_j(q_3) m_j(q_4)\rangle_0$$

$$- \langle m_\alpha(q) m_\beta(q')\rangle_0 \langle m_i(q_1) m_i(q_2) m_j(q_3) m_j(q_4)\rangle_0 \Big]$$

$=$  $+ \left[\binom{6}{2} - 3 \right]$

$=$  $+ \Big[\, 1$  $+ 2$  $+$ 12-Term

$- 1$  $- 2$  $\Big]$

$=$  $+ \Big[\, 8$  $+ 4$  $\Big]$

$$= \frac{\delta_{\alpha\beta}(2\pi)^d \delta_D(q+q')}{t+Kq^2} + \frac{\overset{\delta_D(q+q')}{8}\,\overset{\frac{(-1)^p}{p!}}{(-1)}\, u\, (2\pi)^d \delta_{\alpha i}\delta_{\beta j}\delta_{ij}}{(t+Kq^2)^2}\int \frac{d^d q'}{(2\pi)^d}\frac{1}{(t+Kq'^2)}$$

$$\frac{+\overset{\delta_D(q+q')}{4}(-1)\, u\, (2\pi)^d \delta_{\alpha i}\delta_{\beta i}\overset{n}{\delta_{jj}}}{(t+Kq^2)^2}\int \frac{d^d q'}{(2\pi)^d}\frac{1}{(t+Kq'^2)}$$

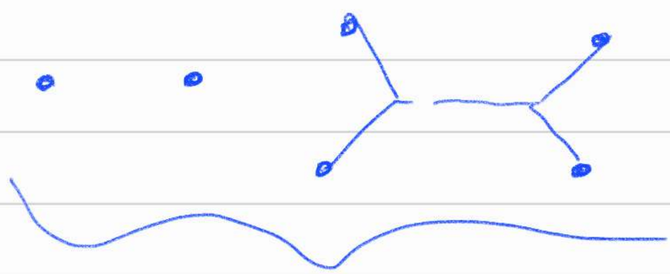
$$\langle m_\alpha(q)\, m_\beta(q')\rangle = \frac{\delta_{\alpha\beta}(2\pi)^d \delta_D(q+q')}{(t+Kq^2)}\left[1 - \frac{(4un+8u)}{(t+Kq^2)}\int \frac{d^d q'}{(2\pi)^d}\frac{1}{(t+Kq'^2)}\right]$$

همان ضریب که جمله پیش بدون رعایت دیاگرام‌ها. کردیم

دقت کنید که جمله فاکتور گرفتیم پس توان ۱ است نه ۲

Perturbative RG

تلفیق نظریه اختلال با RG . تا مرتبه اول (p=1)



$$\mathcal{H} = \mathcal{H}_0 + \mathcal{U}(u, m^4)$$